אינפורמציה אסימטרית

אינפורמציה א-סימטרית

- Adverse Selection (hidden characteristic)
  (מיון מוטה (תכונה נסתרת))
  – הפתרון התחרותי (מודל הלימונים - Akerlof)
  – הפתרון המונופוליסטי (הפרט שאינו יודע נע ראשון)
  – איתות (Spence) (הפרטים שיודעים נעים ראשונים)
- Moral Hazard (hidden action)
  (סיכון מוסרי (פעולה נסתרת))
  – מודל מנהל – סוכן (Principal-Agent) (הפרט שאינו יודע ונע ראשון נקרא המנהל, הפרט שנע שני ויכול, רק לקבל או לדחות את ההצעה, נקרא הסוכן).

Adverse Selection

מודל ה- Lemons של אקרלוף

George A. Akerlof, The Market for Lemons…,
The Quarterly Journal of Economics, August 1970

מודל הלימונים של אקרלוף

The Quarterly Journal of Economics, Volume 84, Issue 3 (Aug., 1970), 488-500.

- הנחות המודל
  - איכות המוצרים בשוק אינה אחידה
  - למוכר יש אינפורמציה טובה יותר על איכות המוצר מאשר לקונה
  - לפרטים יש תועלת מכסף (m) ומאיכות המוצר אותו הם צורכים

- דוגמאות
  - שוק המכוניות המשומשות (הלימונים)
  - שוק העובדים
  - שוק ההלוואות
  - שוק הביטוח

פתרון המודל ומסקנות

- בשיווי משקל יתקבלו מחיר וכמות בהם כל פרט ממקסם את רווחתו בהינתן האינפורמציה שלו.

- האינפורמציה מורכבת בחלקה מציפיות רציונאליות (למשל אם המחיר נמוך מספיק הקונים מצפים שרק מוצרים מאיכות גרועה יגיעו לשוק)

- בהחלט יתכן שלא יתקיים מסחר גם אם לכל מוכר יש מחיר סף שאיזשהו קונה היה מוכן לשלם.

- במובן מסויים תוצאת המסחר אינה יעילה.

מודל ה-Lemons – דוגמא בדידה

- בשוק יש שני סוגי מכוניות משומשות:
  - טובות (peaches) - בפרופורציה 1-A
  - גרועות (lemons) - בפרופורציה A
- מכונית טובה שווה 1600 למוכר ו- 2000 לקונה
- מכונית גרועה שווה 800 למוכר ו- 1000לקונה.
- איכות המכונית ידועה למוכר אך לא לקונה.
- נניח כי יש מוכר אחד וקונים רבים.

אינפורמציה מלאה

- היו שני שווקים, אחד לכל סוג מכונית.
- מחיר שיווי משקל של מכונית טובה: 2000
- מחיר שיווי משקל של מכונית גרועה: 1000

אינפורמציה לא מלאה

- הקונים אינם יכולים להבדיל בין שני סוגי המכוניות.
- המוכרים יודעים את סוג המכונית שלהם.
- כתוצאה מכך, אין שני שווקים, אלא שוק אחד בו שני סוגי המכוניות תימכרנה באותו מחיר.

שאלות

- כמה מכוניות מכל סוג תימכרנה?
- מה יהיה המחיר של שיווי-משקל?
- התשובה תלויה בפרופורציה של המכוניות הטובות באוכלוסיה.

שיווי-משקל - הגדרה

- שיווי משקל ניתן על ידי מחיר p^*, וקבוצת טיפוסים Q^* שמחליטה למכור כך ש-

– הטיפוסים השונים "מרוצים" מהחלטת המכירה שלהם.
כלומר, $Q^* = \{ q : q \le p^* \}$

– לקונה יש הנאה "אפס" מהמסחר (זאת מכיוון שיש הרבה קונים ומוכר אחד) ולכן, $p^* = E [v_s(q) \mid q \in Q^*]$

שיווי משקל - חישוב

- נבדוק את שני המקרים האפשריים $Q^* = \{ G,B \}$ ו- $Q^* = \{ B \}$:

1. $Q^* = \{ G,B \} \Leftarrow p^* = A\cdot 1000+(1-A)\cdot 2000$ (הנאה "אפס" לקונה)

   על מנת שאכן שני טיפוסי המוכר יסכימו למכור, נדרש $p^* \geq 1600$

$$A\cdot 1000+(1-A)\cdot 2000 \geq 1600$$

$$A \leq 0.4$$

2. $Q^* = \{ B \} \Leftarrow p^* = 1000$ (הנאה "אפס" לקונה)

   על מנת שאכן רק הטיפוס B יסכים למכור, נדרש $p^* < 1600$.

   שימו לב שזה למעשה שיווי משקל לכל $A>0$.

שיווי משקל - חישוב

- מסקנות:
- אם $A>0.4$ יש שווי משקל יחיד, בו רק מכוניות גרועות נמכרות.

- אם $A\leq 0.4$ יש שני שיוויי משקל, באחד שני סוגי המכוניות נמכרות, ובשני רק המכוניות הגרועות נמכרות.

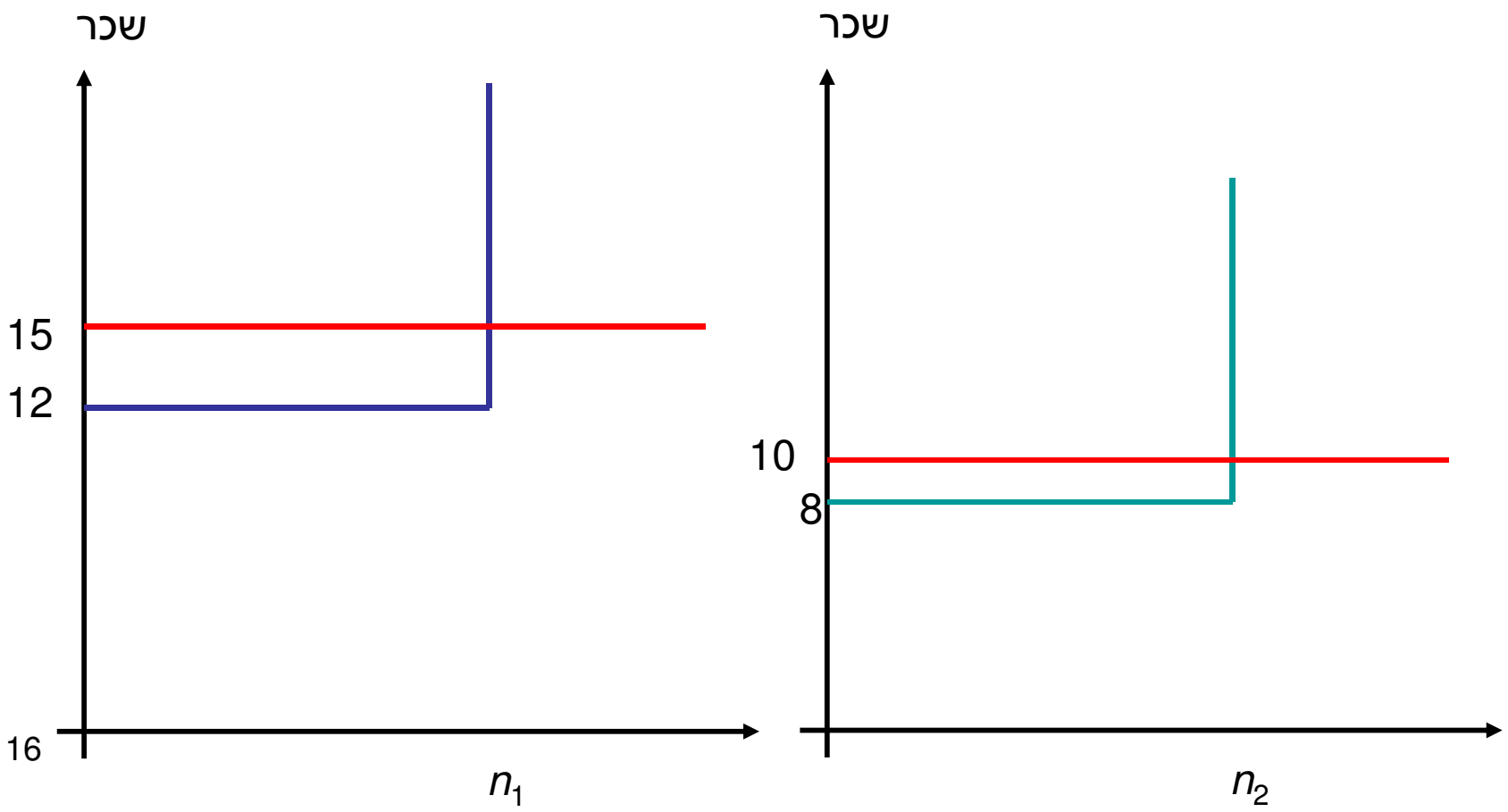
- יש כאן מצב של ציפיות שמגשימות את עצמן, והכלכלה עלולה להיות "תקועה" בשיווי משקל "רע".

"לימונים" בשוק העבודה
שני טיפוסים

- קיימים שני סוגי עובדים.
  - עובד טוב מייצר 15 יחידות ליום.
  - עובד בינוני מייצר 10 יחידות ליום.
  - לעובד טוב הכנסה אלטרנטיבית של 12 ₪ ליום.
  - לעובד בינוני הכנסה אלטרנטיבית של 8 ₪ ליום.

- מחיר התפוקה הוא 1 ₪ ליחידה.
- שוק העבודה הוא תחרותי ומספר רב של פירמות מתחרות על העובדים.
- קיימים n_1 עובדים טובים, ו- n_2 עובדים בינוניים.

אם היה מידע מלא...



אם היה מידע מלא...

- היו שני שווקים, אחד לכל סוג עובד.
- שכר שיווי-המשקל של העובדים הטובים היה ערך התפוקה השולית שלהם: 15 ₪.
- שכר שיווי-המשקל של העובדים הבינוניים היה ערך התפוקה השולית שלהם: 10 ₪.

אבל...

- הפירמות אינן יכולות להבדיל בין שני סוגי העובדים.
- רק העובדים עצמם יודעים את הסוג שלהם.
- כתוצאה מכך, אין בעצם שני שווקים, אלא שוק אחד בו שני סוגי העובדים מועסקים עבור אותו שכר.

שאלות

- כמה עובדים מכל סוג יועסקו על-ידי הפירמות?
- מה יהיה השכר של שיווי-משקל?

- התשובה היא תלוי.

- תלוי בפרופורציה של העובדים הטובים באוכלוסיה.

שיווי-משקל

- שיווי משקל ניתן על ידי שכר w^*, ושתי רמות תעסוקה $n_1^* \le n_1$, ו- $n_2^* \le n_2$ כך ש-
  - הפירמות עושות רווח 0:

    $w\,(n_1^* + n_2^*) = 15\,n_1^* + 10\,n_2^*$
  - העובדים מרוצים:

    אם $w^* > 12$ אז, $n_1^* = n_1$, ואם $w < 12$ אז $n_1^* = 0$.

    אם $w^* > 8$ אז, $n_2^* = n_2$, ואם $w < 8$ אז $n_2^* = 0$.

ניתוח

- נסמן את החלק היחסי של העובדים הטובים באוכלוסיה ב- q. זו למעשה ההסתברות שעובד שנבחר באקראי הינו עובד טוב.
- מהי *התפוקה הממוצעת* של העובדים במשק?
  - $15\,q + 10\,(1-q)$
- זה השכר המקסימאלי שפירמה מוכנה לשלם עבור עובד שנבחר באקראי.

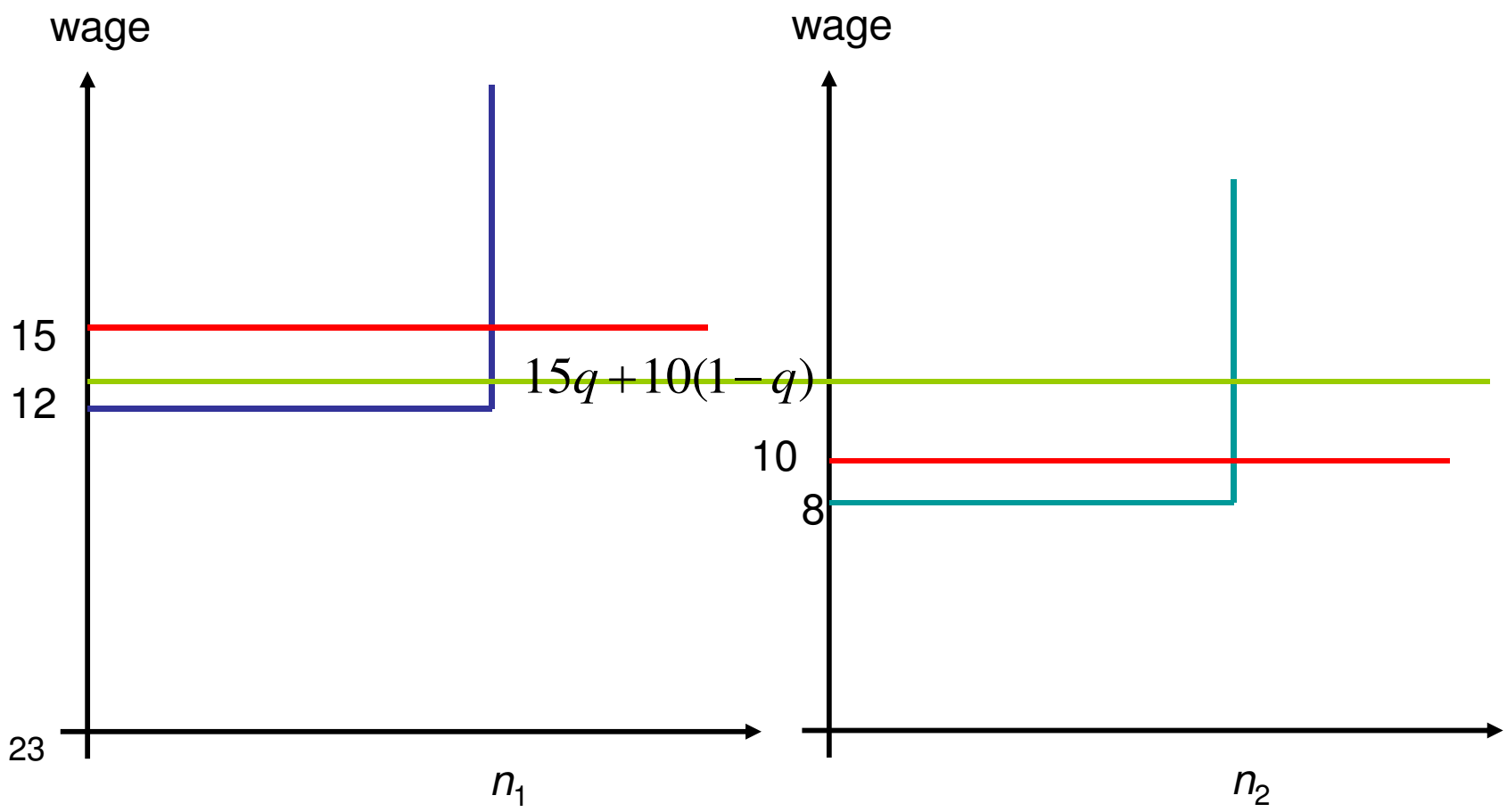
- האם השכר

$$w = 15\,q + 10\,(1-q)$$

הינו *שכר של שיווי-משקל* בכלכלה הזאת?

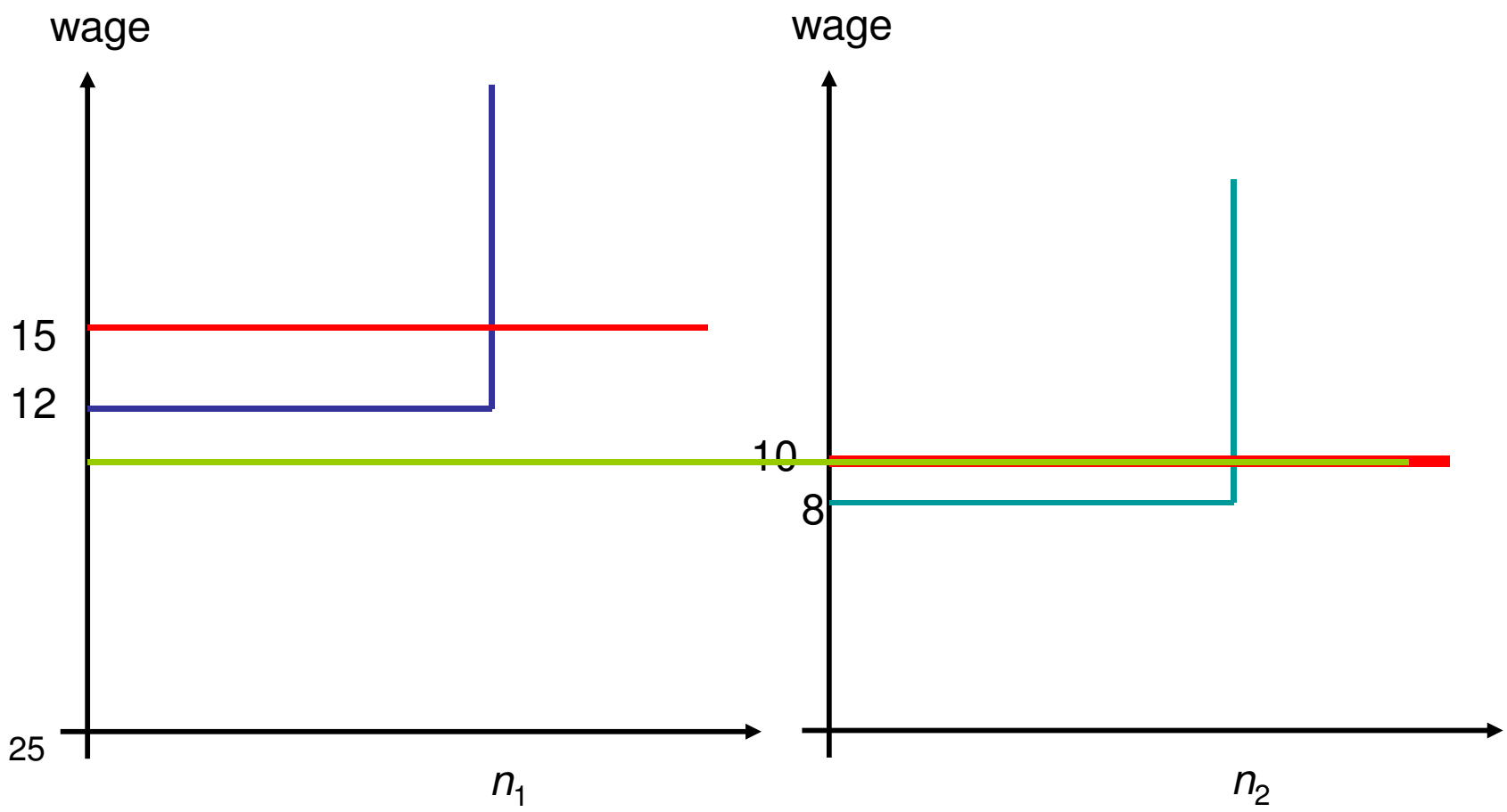
- תלוי.
- אם $w \geq 12$, אזי כל העובדים שמחים לעבוד תמורת שכר כזה. ולאור זאת, כל פירמה מרוויחה אפס.
- כלומר, זה אכן שכר שיווי משקל.

אם $15\,q + 10\,(1-q) \geq 12$ ...



- אם $w<12$, אזי העובדים הטובים היו מעדיפים להרוויח את השכר האלטרנטיבי שלהם, ורק עובדים בינוניים היו מוכנים לעבוד.
- הפירמות יודעות שאין עובד טוב המוכן לעבוד תמורת שכר $12>w$, ומבינות שרק עובדים בינוניים בהישג יד.
- כתוצאה מכך הן מוכנות לשלם 10 ₪ לכל היותר עבור עובד.
- במקרה זה, השכר של שיווי-משקל יהיה $w=10$ ורק עובדים בינוניים יועסקו על-ידי הפירמות.

...*15 q + 10 (1-q)* < 12 אם



מסקנות

- אם החלק של העובדים הטובים באוכלוסיה הוא לפחות 40%, אז קיים שיווי-משקל בו כל העובדים משתתפים בשוק העבודה ושכר השוק הוא התפוקה השולית הממוצעת שלהם. כלומר,

$$w = 15\,q + 10\,(1-q).$$

- אם החלק של העובדים הטובים באוכלוסיה הוא קטן מ- 40%, אז רק העובדים הבינוניים משתתפים בשוק העבודה, ושכר השוק הוא התפוקה השולית שלהם. כלומר, $w = 10$.

מסקנות

- שימו לב שאם החלק של העובדים הטובים באוכלוסיה הוא לפחות 40%, אז גם קיים שיווי-משקל בו רק העובדים הבינוניים משתתפים בשוק העבודה, ושכר השוק הוא התפוקה השולית שלהם. כלומר, $w = 10$.

מודל ה-Lemons – דוגמא רציפה

- מכונית מאיכות q~U[0,16000].
- המכונית שווה למוכר q, לקונה 1.5q.
- תועלות קוואזי-ליניאריות.

- מהי הקצאה פארטו-יעילה?

  - העברת המכונית מהמוכר לקונה (במחיר כלשהו).

- מה יקרה בשוק תחרותי?

  - תלוי במספר הקונים והמוכרים ומצב האינפורמציה.

מודל ה-Lemons – דוגמא

- מוכר וקונה
- אינפורמציה מלאה (שניהם יודעים את q):
  - בש"מ תהיה מכירה, במחיר $q \le p \le 1.5q$
- אינפורמציה חלקית סימטרית
  (שניהם יודעים רק את התפלגות q):
  - תוחלת השווי למוכר: $(0+16000)/2=8000$
  - תוחלת השווי לקונה: $1.5 \cdot (0+16000)/2=12000$
  - בש"מ יהיה מחיר אחד p (שלא תלוי ב- q) בין 8000 ל 12000, שבו תתבצע מכירה.

מודל ה-Lemons – דוגמא

- הרבה קונים ומוכר אחד
- אינפורמציה מלאה (כולם יודעים את q):
  - בשיווי משקל תהיה מכירה, במחיר 1.5q.
- אינפורמציה חלקית וסימטרית (שניהם יודעים רק את התפלגות q):
  - תוחלת השווי למוכר: (0+16000)/2=8000
  - תוחלת השווי לקונה: 1.5·(0+16000)/2=12000
  - בש"מ תהיה מכירה במחיר 12000.
- מה קורה כאשר יש הרבה מוכרים וקונה אחד?

מודל ה-Lemons – דוגמא

- אינפורמציה אסימטרית, מוכר אחד וקונה אחד:

המוכר יודע את q, הקונה יודע רק את ההתפלגות.

- מכונית ממוצעת שווה לקונה 12000

– לכן זהו המחיר הגבוה ביותר שהקונה יסכים לשלם.

- האם המוכר יסכים למכור במחיר 12000?

- רק אם q≤12000

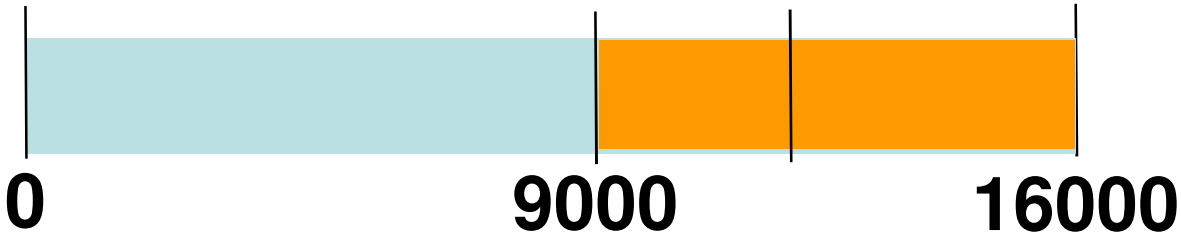
מודל ה-Lemons – דוגמא

- אבל הקונה מבין שבמחיר p=12000 המוכר מסכים למכור רק אם המכונית היא מאיכות q≤12000.
- לכן הוא צריך לתקן את ההערכה שלו: q~U[0,12000]

- לפיכך, הערך עבורו של מכונית ממוצעת (בהינתן שמחירה הוא p=12000) הוא:
  1.5·(0+12000)/2=9000
- הקונה לא מוכן לשלם 12000!

מודל ה-Lemons – דוגמא

- ננסה לבדוק אם p=9000 הוא ש"מ
- במחיר זה, המוכר מסכים למכור רק אם המכונית היא מאיכות $q \leq 9000$.
- לכן הקונה מעדכן את ההערכה שלו: $q \sim U[0,9000]$



- לכן, הערך עבורו של מכונית ממוצעת (בהינתן p=9000) הוא

$$1.5 \cdot (0+9000)/2 = 6750$$

- הקונה לא מוכן לשלם 9000!

מודל ה-Lemons – דוגמא

- אפשר להמשיך תהליך זה של unraveling עוד ועוד:
- נניח שהקונה מוכן לשלם מחיר p.
- אז המוכר מוכן למכור רק אם $q \le p$.
- לכן, בעיני הקונה, איכות המכונית מתפלגת $q \sim U[0,p]$
- ולכן, הערך עבורו של מכונית ממוצעת הוא:

$$1.5 \cdot (0+p)/2 = 0.75p$$

- וזה נמוך ממש מהמחיר p אם $p>0$!
- לכן, שווי המשקל היחיד הוא $p=0$.
- ההסתברות שהמכונית נמכרת היא 0 – כשל שוק מוחלט!

שיווי משקל

- שיווי משקל ניתן על ידי מחיר p^* וקבוצת "טיפוסים" Q^* של המוכר שמסכימים למכור, כך ש-

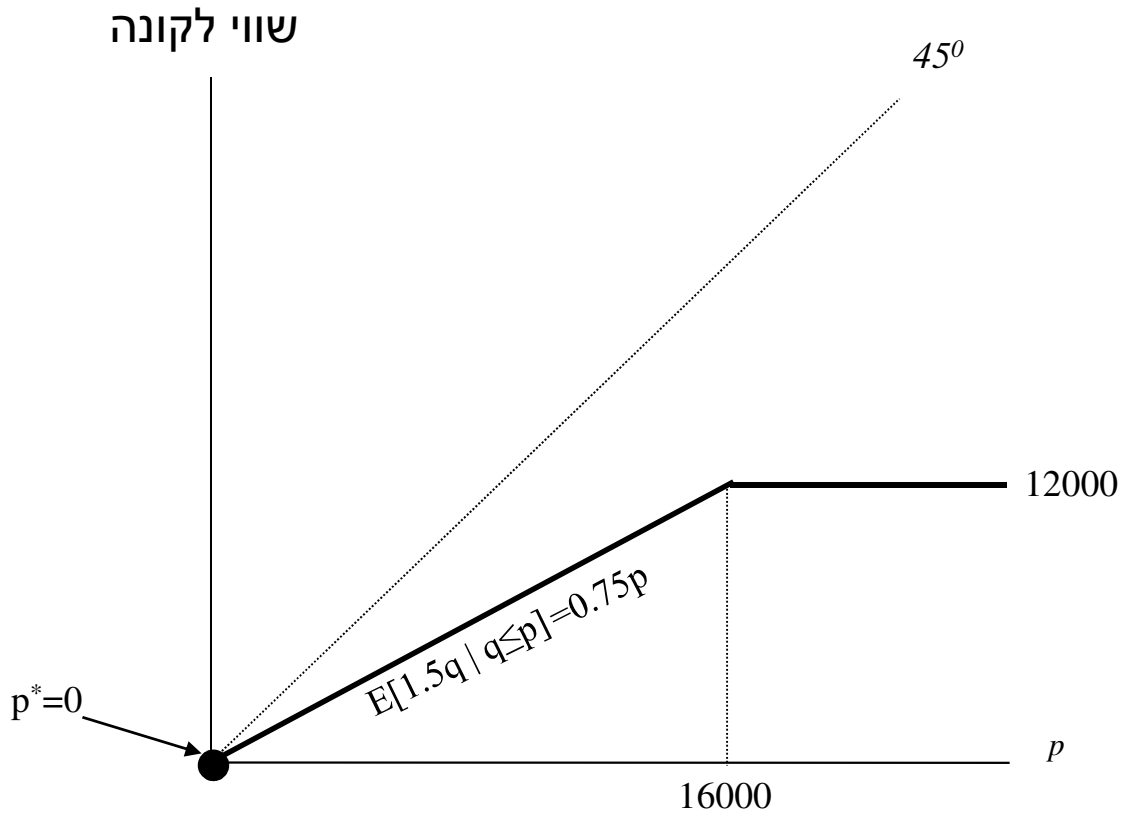
$Q^* = \{ q : q \le p^* \}$: המוכר ממקסם את רווחתו

$p^* \le E[\ 1.5q \mid q \in Q^*\ ]$: הקונה ממקסם את רווחתו

(אם יש מוכר אחד וקונים רבים, נחליף את אי השוויון בשוויון.)

- זו למעשה הגדרה של שיווי משקל בציפיות רציונאליות.
- **בציפיות רציונאליות** הכוונה היא שהפרט חסר האינפורמציה מסיק מסקנות ממחיר שווי המשקל לגבי הטיפוס שסוחר איתו: הוא לא מניח שזה מוכר אקראי, אלא רק מוכר שמסכים למכור במחיר שווי המשקל.
- יש כאן "**עדכון בייסיאני**" של פונקצית ההתפלגות על קבוצת הטיפוסים של המוכר. בדוגמא שלנו העדכון הבייסיאני אומר שההתפלגות נשארת אחידה – על הקבוצה הקטנה יותר.

שמ"ת בציפיות רציונליות במודל ה- lemons
תאור גראפי



מודל ה-Lemons – דוגמא עם רצף טיפוסים

- לא תמיד יהיה כשל שוק מוחלט. עם פרמטרים אחרים ניתן לקבל כשל שוק חלקי:
- מכונית מאיכות $q\sim U[1000,16000]$.
- המכונית שווה למוכר q, לקונה $1.5q$.
- מוכר אחד וקונים רבים.

- שיווי משקל ניתן על ידי מחיר p^* וקבוצת טיפוסים Q^* שמוכרים, כך ש -.

הטיפוסים שמוכרים ממקסמים את רווחתם כלומר, $Q^* = \{ q : q \le p^* \}$

הנאת הקונה הינה אפס, כלומר המחיר הינו המחיר המקסימאלי שקונה מוכן לשלם ולכן, $p^* = E[\ 1.5q \mid q \in Q^*\ ]$

נציב את המשוואה הראשונה בשנייה:

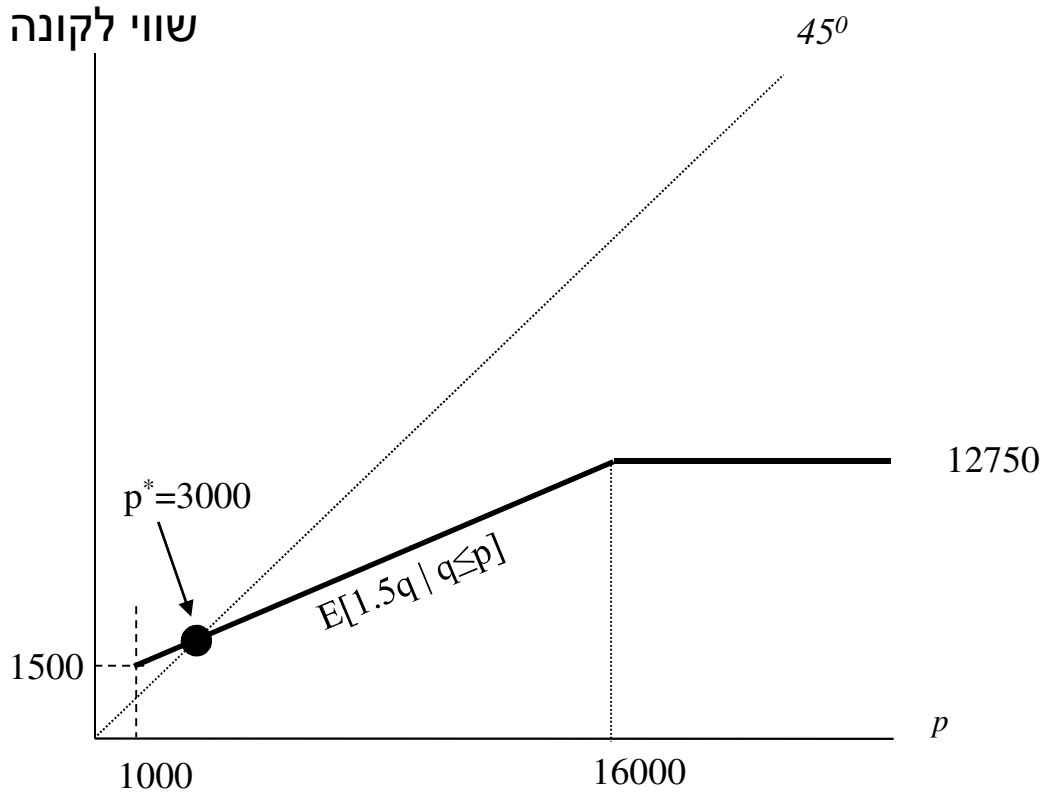
$$p^* = E[\ 1.5q \mid q \le p^*\ ] = (1.5\cdot 1000 + 1.5\cdot p^*)/2$$

$$0.25p^* = 750$$

$$p^* = 3000$$

- כלומר: המכונית נמכרת אם ורק אם איכותה נמוכה מ- 3000.

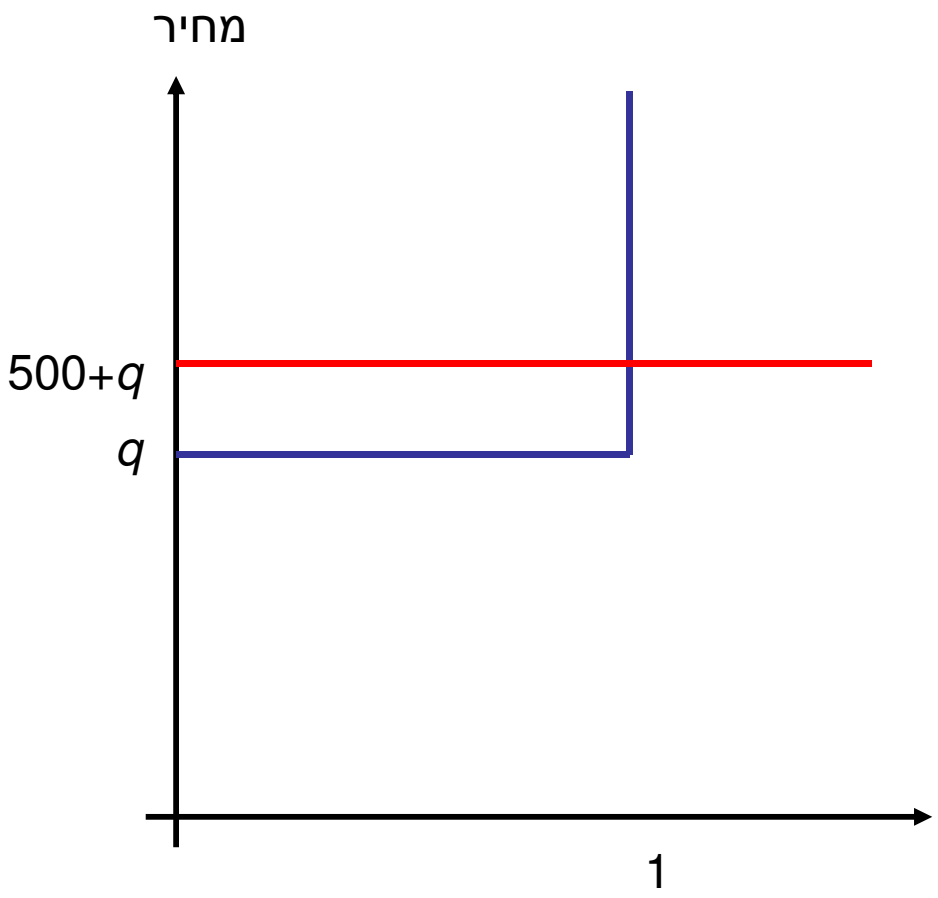
דוגמא 2 - תאור גראפי



דוגמה נוספת

- מכונית מאיכות q עומדת למכירה. יש מוכר אחד וקונים רבים.
- שווי מכונית מאיכות q למוכר הוא q ולקונה הוא $q+500$.
- המוכר יודע את איכות המכונית
- והקונה יודע כי איכות המכונית מתפלגת באופן אחיד על הקטע $[0, 5000]$.

אם היה מידע מלא...



אם היה מידע מלא...

- מחיר שיווי-המשקל של מכונית באיכות q היה $500+q$ ₪.

אבל...

- הקונים אינם יכולים להבדיל בין כל סוגי המכוניות.
- רק המוכרים עצמם יודעים את הסוג של המכונית שלהם.
- כתוצאה מכך, אין בעצם שוק נפרד לכל סוג מכונית, אלא שוק אחד בו כל סוגי המכוניות נמכרות עבור אותו מחיר.

שאלות

- כמה מכוניות מכל סוג יימכרו בשוק?
- מה יהיה המחיר של שיווי-משקל?

- התשובה היא, תלוי.
- תלוי בהתפלגות איכויות המכוניות.
- במקרה שלנו איכויות המכוניות מתפלגות באופן אחד על הקטע [0, 5000].

האם מחיר ש"מ יכול להיות 3000?

- תוחלת האיכות היא

$$E(q) = \int_0^{5000} q \frac{1}{5000} = 2500$$

תוחלת התועלת לקונה ממכונית אקראית היא, אם כן

$$E(500+q) = \int_0^{5000} (500+q) \frac{1}{5000} = 3000$$

- אבל כל קונה יודע שבמחיר 3000 רק מכוניות שאיכותן קטנה או שווה ל- 3000 נמצאות בשוק.
- מכאן שתוחלת התועלת ממכונית בהינתן שאיכותה קטנה או שווה ל-3000 היא

$$E(500+q)=\int_0^{3000}(500+q)\frac{1}{3000}=2000$$

אנו רואים שהקונים מוכנים לשלם עד 2000 עבור מכונית שמחירה 3000.

לכן 3000 לא יכול להיות מחיר של שיווי-משקל. במחיר זה יש עודף היצע.

האם מחיר ש"מ יכול להיות 500?

- כל קונה יודע שבמחיר 500 רק מכוניות שאיכותן קטנה או שווה ל- 500 נמצאות למכירה.
- מכאן שתוחלת התועלת ממכונית בהינתן שאיכותה קטנה או שווה ל-500 היא

$$E(500+q)=\int_0^{500}(500+q)\frac{1}{500}=750$$

אנו רואים שהקונים מוכנים לשלם עד 750 עבור מכונית שמחירה 500.

לכן 500 לא יכול להיות מחיר של שיווי-משקל. במחיר זה יש עודף ביקוש.

שיווי-משקל

- שיווי משקל ניתן על ידי מחיר p^*, כך ש-

– המוכרים מרוצים:

אם $q > p^*$ אז המכונית נמכרת, ואם $q < p^*$ אז המכונית לא נמכרת.

– הקונים מרוצים:

$$E[u(q)|q<p^*] = p^*$$

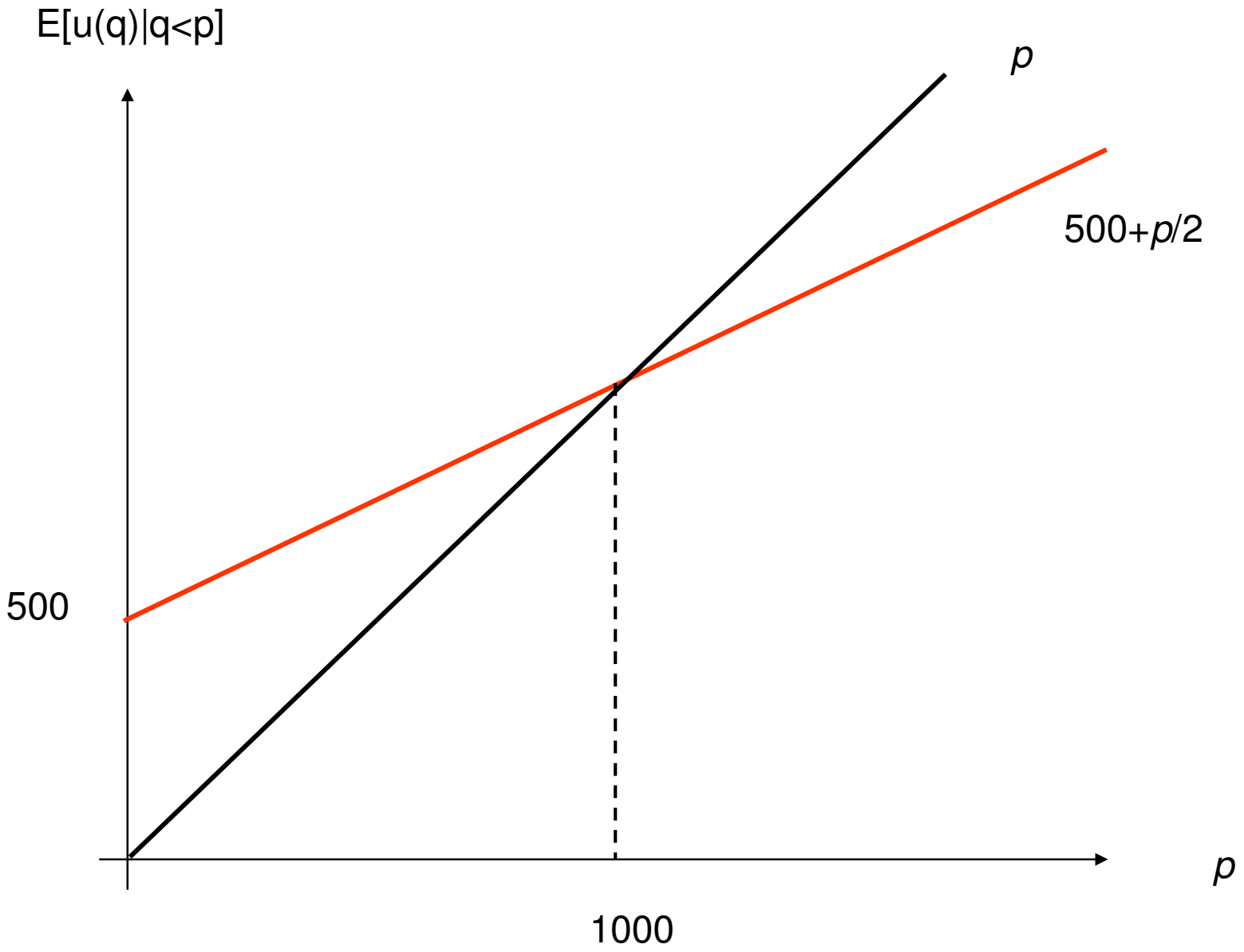
נחשב את שיווי המשקל

- כל קונה יודע שבמחיר p רק מכוניות שאיכותן קטנה או שווה ל- p נמצאות למכירה.
- מכאן שתוחלת התועלת ממכונית בהינתן שאיכותה קטנה או שווה ל- p היא

$$E[u(q) \mid q \le p] = E(500 + q \mid q \le p)$$

$$= \int_0^p (500 + q) \frac{1}{p}$$

$$= 500 + \frac{p}{2}$$


E[u(q)|q<p]
p
500+p/2
500
p
1000

- המחיר של שיווי-משקל הוא זה שפותר

$$E[u(q)/q<p^*] = p^*$$

- כלומר,

$$500 + \frac{p}{2} = p$$

לכן $$p^* = 1000$$

ורק המכוניות אשר איכותן קטנה או שווה ל- 1000 נמצאות בשוק.

מודל ה"לימונים" בשוק הביטוח

- נניח כי חברת הביטוח מציעה ביטוח בריאות בו הפרמיה מבוססת על ההסתברות הממוצעת למחלה באוכלוסייה.
- במקרה כזה חלק האוכלוסייה הבריא יותר יטה לא לקנות ביטוח (זה תלוי כמובן בשנאת הסיכון שלו) וההסתברות למחלה בקרב אוכלוסייה שתרכוש ביטוח תהיה גבוהה מההסתברות בקרב כלל האוכלוסייה.
- הפרמיה תעלה לכן ויתכן שבסוף רק החולניים ביותר יבוטחו או ששוק הביטוח יתמוטט לחלוטין.

- נקודות לדיון:
  - פתרון מונופוליסטי
  - ביטוח בריאות קבוצתי מטעם מקום העבודה
  - ביטוח בריאות ממלכתי

התערבות בשוק

- ברור שמתכנן מרכזי שיודע את כל האינפורמציה ויכול לכפות תשלומי העברה יכול להביא לשיפור פארטו.
- השאלה הנכונה: האם מתכנן שלא יודע את האינפורמציה הפרטית יכול להביא לשיפור פארטו?
- את השאלה אפשר לשאול בשני מובנים:
  - האם המתכנן יכול להביא לשיפור אקס-אנטה?
  - האם המתכנן יכול להביא לשיפור אקס-פוסט?
- התשובה אינה חד משמעית.

הפתרון המונופוליסטי (הפרט שאינו יודע נע ראשון)

- בשיווי משקל יתקבלו "חוזים" המניעים את הפרטים השונים להתמיין באופן שימקסם את רווחי הפרט שנע ראשון. כלומר הוא מבצע מיון. במקרה של מוכר יחיד וקונים רבים הוא מבצע "אפליית מחירים מדרגה שנייה" ומשיג מיון (screening) של הפרטים.

- הפרטים הטובים יותר ייהנו מהמסחר (יפיקו "רנטה" חיובית מהאינפורמציה הפרטית שלהם).

- התוצאה המתקבלת תאופיין על ידי אילוצי השתתפות (participation constraints), או כפי שהם נקראים לעיתים, אילוצי רציונאליות אישית (individual rationality constraints),

  ואילוצי תמריצים (incentive compatibility constraints) או בחירה (Self Selection Constraints).

- בהחלט תיתכנה תוצאות שאינן "יעילות".

דוגמה מספרית

מוכר יחיד מול קונים רבים שיכולים להיות אחד משני "טיפוסים" (types)

הנתונים

בכפר יש 1,000 תושבים.

העדפותיהם של 90% מהתושבים (טיפוס 1) על פני איכות (q) ותשלום (t) ניתנות על ידי: $u=10q-t$.

העדפותיהם של 10% מהתושבים (טיפוס 2) על פני איכות (q) ותשלום (t) ניתנות על ידי: $u=20q-t$.

ישנו יצרן יחיד של המוצר, והעלות לייצור מוצר באיכות q ניתנת על ידי: $c(q)=2q^2$

היצרן יכול להפלות במחירים ובאיכויות.

הפתרון תלוי במבנה האינפורמציה.

היצרן יודע מהן העדפותיו של כל קונה

במקרה זה בכדי למצוא מהו צירוף המחיר/איכות שיציע לפרטים מטיפוס 1 ימקסם היצרן את פונקציית הרווח הבאה:

$$10q-2q^2$$

נקבל איכות 2.5, מחיר 25, ורווח 12.5*900=11,250

עבור פרטים מטיפוס 2 ימקסם היצרן את פונקציית הרווח הבאה:

$$20q-2q^2$$

נקבל איכות 5, מחיר 100, ורווח 50*100=5,000

היצרן אינו יודע מהן העדפותיו של הקונה

כעת, המצב מסתבך.

אם היצרן יציע את שני צירופי האיכות/מחיר אותם מצאנו בשקף הקודם יבחרו כל הקונים בצירוף של מחיר 25 ואיכות 2.5. והיצרן ירוויח 12,500. כלומר נמוכים מהרווחים תחת אינפורמציה מלאה.

במידה והיצרן מגביל את עצמו לצירוף איכות/מחיר יחיד, מה הצירוף שימקסם את רווחיו?

במידה וירצה **לשרת את כל התושבים**, ההצעה של מחיר 25 ואיכות – 2.5, הינה ההצעה הרווחית ביותר. הרווח הנגזר ממנה הינו 12,500.

במידה וירצה **לשרת רק תושבים מטיפוס 2** ההצעה של מחיר 100 ואיכות 5 הינה הרווחית ביותר. בהצעה זו הוא ירוויח רק 5,000.

לכן במידה וצריך להציע צירוף אחד בלבד יציע

מחיר - 25 ואיכות – 2.5 וירוויח 12,500.

אבל, הוא יכול להציע מספר צירופים ...

אם היצרן יכול להציע מספר צירופים (למעשה מספיק שני צירופים).
הוא יציע "תפריט" של צירופים וייתן לכול קונה לבחור מהו הצירוף בו הוא מעוניין. כך נגיע לבעיה הבאה, בה ממקסם היצרן את רווחיו תחת אילוצי תמריצים ואילוצי השתתפות:

$$\text{Max } 900(t_1-2q_1^2)+100(t_2-2q_2^2)$$

S.T

$$10q_1-t_1\geq 10q_2-t_2 \quad (IC_1)$$
$$20q_2-t_2\geq 20q_1-t_1 \quad (IC_2)$$
$$10q_1-t_1\geq 0 \quad (IR_1)$$
$$20q_2-t_2\geq 0 \quad (IR_2)$$

בשקפים הבאים נראה כיצד ניתן לפשט את הבעיה.

ניתן ל"רדת" לשני אילוצים

נניח על דרך השלילה כי IR_1 מתקיים באי שוויון חזק בפתרון, אזי:

$$20q_2-t_2 \geq 20q_1-t_1 \geq 10q_1-t_1 > 0$$

כלומר אם IR_1 מתקיים באי שוויון חזק, אזי גם IR_2 מתקיים באי שוויון חזק. במצב כזה, יכול היצרן להגדיל את רווחיו על ידי העלאת המחירים לכל טיפוס. בסתירה לכך שהוא מקסם את רווחיו.

לכן בפתרון חייב להתקיים $\mathbf{10q_1-t_1=0}$

ניתן ל"רדת" לשני אילוצים

נניח כעת על דרך השלילה כי IC_2 מתקיים באי שוויון חזק בפתרון אזי:

$$20q_2-t_2>20q_1-t_1\geq 10q_1-t_1=0$$

כלומר ניתן להגדיל את t_2 ולהגדיל רווחים.

לכן בפתרון חייב להתקיים: $\mathbf{20q_2-t_2=20q_1-t_1}$

לכן בפתרון חייב להתקיים כי:

$$\mathbf{10q_1-t_1=0\ (IR_1)}$$

$$\mathbf{20q_2-t_2=20q_1-t1\ (IC_2)}$$

בשקף הבא נראה ששני תנאים אלו גוררים כי גם שני האילוצים האחרים מתקיימים.

ניתן ל"רדת" לשני אילוצים

חיבור של שתי מגבלות ה IC גורר כי:

$$20(q_2-q_1)\geq 10(q_2-q_1)$$

לכן $q_2\geq q_1$.

לאור זאת אם IR_1 מתקיים בשוויון אזי IR_2 מתקיים אף הוא (למעשה באי שוויון חזק).

העובדה ש – $20q_2-t_2=20q_1-t_1$ גוררת ש –

$$t_2-t_1=20(q_2-q_1)\geq 10(q_2-q_1)$$

או במילים אחרות: $10q_1-t_1\geq 10q_2-t_2$

לכן IC_1 מתקיים אף הוא.

בהינתן כל זאת היצרן פותר:

בעיית היצרן עם 2 האילוצים שנותרו

בעיית היצרן:

$$\text{Max } 900(t_1-2q_1^2)+100(t_2-2q_2^2)$$

S.T

$$20q_2-t_2=20q_1-t_1 \quad (IC_2)$$

$$10q_1=t_1 \quad (IR_1)$$

לאחר הצבת t_1 ו – t_2 מתוך האילוצים לפונקציית המטרה ניתן לכתוב את הבעיה כ -

$$\text{Max } 900(10q_1-2q_1^2)+100(20q_2-10q_1-2q_2^2)$$

גזירה לפי q_2 , q_1 גוררת:

$$20-4q_2=0$$

$$8-3.6q_1=0$$

המשך הדוגמה

הפתרון של שתי המשוואות גורר:

$q_2=5$; $q_1=20/9$; $t_1=200/9$; $t_2=700/9$

רווחיו של היצרן הינם: 13,888.9

יש לבדוק אם רווח זה עולה על הרווח מחוזה יחיד, במקרה זה כן.

הערות על הפתרון

- הפרט הטוב קיבל את האיכות היעילה בעוד שהפרט הרע קיבל איכות נמוכה מדי.

- הפרט הטוב נהנה מתועלת חיובית, ולפרט הרע יש תועלת אפס.

דוגמה מספרית בדידה

חברת ביטוח יחידה מול הרבה מבוטחים שיכולים להיות אחד משני טיפוסים.

הנתונים

נניח כי יש 5,000 פרטים עם רכוש תחילי 1,000.

ל – 30% מהאוכלוסייה (טיפוס 1) יש הסתברות 0.4 לתאונה ולשאר האוכלוסייה (טיפוס 2) הסתברות 0.2 לתאונה.

הנזק מתאונה הינו 200.

חוזה ביטוח ניתן על ידי פרמיה q ותשלום R במקרה של תאונה.

פרטים מסוכנים מוכנים לשלם 90 תמורת ביטוח מלא בעוד שפרטים אחרים מוכנים לשלם 50.

החברה מוכרת ביטוח מלא ויכולה להפלות בפרמיה.

הפתרון תלוי במבנה האינפורמציה.

אינפורמציה מלאה

- החברה צריכה למקסם את רווחיה על ידי בחירת הפרמיה שתדרוש עבור ביטוח מלא.
- פרט מטיפוס 1 יידרש לשלם פרמיה של 90.
- פרט מטיפוס 2 יידרש לשלם פרמיה של 50.
- תוחלת הרווח של החברה הינה 50,000.

חברת הביטוח לא יודעת מהו סוג הפרט

כעת, צריך לבדוק מהי הפרמיה שתמקסם את רווחי החברה.
אם החברה תבטח רק פרטים מסוכנים, היא תדרוש פרמיה של 90
ותוחלת הרווחים של החברה תהיה:

$$1,500x90-0.4x1,500x200=15,000$$

אם החברה תבטח את כל הפרטים היא תדרוש פרמיה של 50 ותוחלת
הרווחים של החברה תהיה:

$$5,000x50-0.4x1,500x200-0.2x3,500x200=-10,000$$

לכן כדאי לקחת פרמיה של 90 ולבטח רק את המסוכנים.

שימו לב שלא כדאי לקחת פרמיה "ממש" בין 50 ל – 90, ופרמיה קטנה מ – 50
תניב רווח שלילי, ופרמיה מעל 90 תניב רווח אפס.

חברת הביטוח - דוגמה "רציפה"

נניח כעת כי R ו – q יכולים לקבל כל ערך וכי העדפות הפרטים ניתנות על ידי פונקציית תועלת VNM $z^{0.5}$ מעושר.

במקרה שהחברה אינה יודעת מהו טיפוס הפרט, היא תציע "תפריט" של חוזי ביטוח (למעשה שניים) ביניהם יבחרו הפרטים.

מה צריכים R_1,q_1,R_2,q_2 לקיים כדי שהפרטים ירצו לקנות את הביטוח שהחברה מתאימה להם? (1 למסוכנים ו 2 לאחרים)

$$0.4(800+R_1-q_1)^{0.5}+0.6(1000-q_1)^{0.5}\geq 0.4(800+R_2-q_2)^{0.5}+0.6(1000-q_2)^{0.5}$$

$$0.2(800+R_2-q_2)^{0.5}+0.8(1000-q_2)^{0.5}\geq 0.2(800+R_1-q_1)^{0.5}+0.8(1000-q_1)^{0.5}$$

אלו אילוצי התמריצים Incentive Compatibility Constraints
(לעיתים נקראים גם Self Selection)

מיון בשוק הביטוח - דוגמה "רציפה"

מה צריכים R_1,q_1,R_2,q_2 לקיים כדי שהפרטים ירצו לקנות ביטוח?

$$0.4x(800)^{0.5}+0.6x(1000)^{0.5}\leq 0.4(800+R_1-q_1)^{0.5}+0.6(1000-q_1)^{0.5}$$

$$0.2x(800)^{0.5}+0.8x(1000)^{0.5}\leq 0.2(800+R_2-q_2)^{0.5}+0.8(1000-q_2)^{0.5}$$

אלו אילוצי ההשתתפות Participation Constraints.

או אילוצי הרציונאליות האישית Individual Rationality Constraints.

חברת הביטוח תמקסם את תוחלת רווחיה שניתנים על ידי:
$1500*(q_1-0.4r_1)+3500*(q_2-0.2r_2)$
תחת ארבעת המגבלות (בדרך כלל רק שתיים מהן תתקיימנה בשוויון).

מיון בשוק הביטוח - דוגמה "רציפה"

חברת הביטוח תפתור לכן:

Max $1500*(q_1-0.4r_1)+3500*(q_2-0.2r_2)$
S.T.

$0.4(800+R_1-q_1)^{0.5}+0.6(1000-q_1)^{0.5} \geq 0.4(800+R_2-q_2)^{0.5}+0.6(1000-q_2)^{0.5}$

$0.2(800+R_2-q_2)^{0.5}+0.8(1000-q_2)^{0.5} \geq 0.2(800+R_1-q_1)^{0.5}+0.8(1000-q_1)^{0.5}$

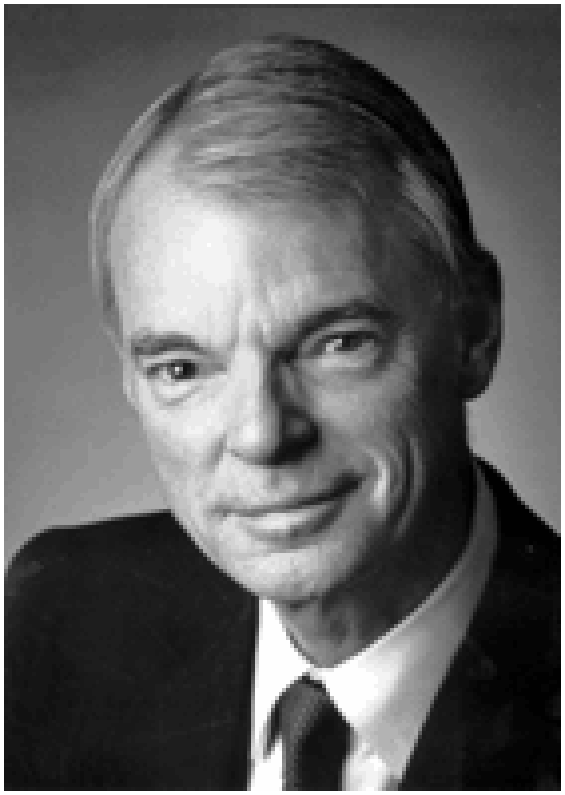
$0.4x(800)^{0.5}+0.6x(1000)^{0.5} \leq 0.4(800+R_1-q_1)^{0.5}+0.6(1000-q_1)^{0.5}$

$0.2x(800)^{0.5}+0.8x(1000)^{0.5} \leq 0.2(800+R_2-q_2)^{0.5}+0.8(1000-q_2)^{0.5}$

תחת ארבעת המגבלות (בדרך כלל רק שתיים מהן תתקיימנה בשוויון).

במקרה זה, הראשונה והרביעית (כנראה, יש לוודא זאת ...) .

מודל האיתות של Spence



Michael Spence

מודל האיתות של Spence

The Quarterly Journal of Economics, Vol. 87, No. 3 (Aug., 1973), 355-374.

- הנחות המודל
  - יכולת העובדים אינה אחידה.
  - לעובד יש אינפורמציה טובה יותר על יכולתו מאשר למעסיק.
  - קיימת פעילות שבה העובד הטוב יותר "מוכשר יותר".
  - המעסיק רואה את הפעילות אך לא את היכולת ומעוניין למקסם את רווחיו.
  - לעובד יש תועלת משכר (כסף) ו " סבל " מהפעילות.

- דוגמאות
  - שוק העובדים
  - שוק החיזור
  - שוק ההלוואות
  - שוק המכוניות המשומשות

פתרון המודל ומסקנות

- בשיווי משקל יתקבלו רמות שכר ופעילות בהם כל עובד ממקסם את רווחתו וכל יצרן את רווחיו בהינתן האינפורמציה שלהם.

- האינפורמציה מורכבת בחלקה מציפיות רציונאליות (למשל שרמת השכלה גבוהה יותר מעידה על עובד מוכשר יותר).

- בדרך כלל יתכנו הרבה מאד שיווי משקל. שמים דגש על האבחנה בין שיווי משקל מפריד (separating) (בו רמות השכלה שונות זוכות לתמורה שונה) או מאחד (מאגם) (pooling) בו כולם מקבלים אותה רמת שכר.

- בהחלט תיתכנה תוצאות שאינן יעילות ואף תהיה שליטה פארטו בין שיווי משקל שונים.

מודל האיתות - דוגמה מספרית

- במשק קיימים שני סוגי עובדים.
  – עובד טוב (טיפוס 1) מייצר 15 יחידות ליום.
  – עובד בינוני (טיפוס 2) מייצר 10 יחידות ליום.
- 60% מהעובדים טובים.
- מחיר התפוקה הינו 1.
- ישנן הרבה פירמות שמתחרות על העובדים.
- ישנו איתות שהעובדים יכולים לרכוש (השכלה).
- האיתות כרוך בסבל לעובדים ואינו משפיע על תפוקתם.

מודל האיתות - דוגמה מספרית

- הסבל מהאיתות שונה לכל אחד מהטיפוסים.
- כל שנת השכלה כרוכה בסבל c_1 לעובדים הטובים, ו- c_2 לעובדים הבינוניים.
- לכן, אם עובד טוב לומד s שנים הסבל הינו $c_1 s$.
- באופן דומה, אם עובד בינוני לומד s שנים הסבל הינו $c_2 s$.
- *רווחתו של עובד טוב המקבל שכר w ולומד s שנים ניתנת על ידי:* $u_1(w,s)=w-c_1 s$
- *באופן דומה רווחתו של עובד בינוני ניתנת על ידי:*

$u_2(w,s)=w-c_2 s$

אינפורמציה מלאה

- המעסיקים רואים מהו סוג העובד, אזי

– עובדים משני הסוגים לא רוכשים השכלה.

– שכר שיווי משקל של עובד טוב שווה לערך התפוקה השולית שלו וניתן על ידי: $w_1=15$

– שכר שיווי משקל של עובד בינוני שווה לערך התפוקה השולית שלו וניתן על ידי: $w_1=10$

אינפורמציה לא מלאה

- *המעסיקים אינם יכולים להבדיל בין שני סוגי העובדים*
- .נניח גם ש- $c_1 < c_2$.
- כלומר, קל יותר לעובדים הטובים לרכוש השכלה.
- בפרט, נניח ש- $c_1=5/3$ ו- $c_2=5$.
- *כעת יתכן שעל ידי רכישת השכלה יוכלו הפרטים, לאותת על יכולתם.*
- *מעסיקים יוכלו לשלם שכר התלוי בהשכלה.*

אינפורמציה לא מלאה

- שיווי המשקל יכול להיות מפריד (separating) או מאחד (מאגם) (pooling).
- במקרה של שיווי משקל מפריד המעסיקים ישלמו רמות שכר שונות עבור רמות השכלה שונות.
- רמת השכלה "גבוהה" תאותת על כך שהעובד טוב, והתחרות עליו תביא לכך שיקבל 15.
- רמת השכלה "נמוכה" תאותת על כך שהעובד בינוני, והתחרות עליו תביא לכך שיקבל 10.
- אך על-מנת שזה יהיה שיווי-משקל חייב להתקיים שהעובדים הטובים יעדיפו לרכוש את רמת ההשכלה המתאימה, בעוד שהעובדים הבינוניים יעדיפו לא לרכוש את רמת ההשכלה המתאימה.

שיווי-משקל מפריד

- שיווי-משקל מפריד מורכב מ-
  - רמת השכלה s^*
  - שכר לעובדים עם רמת השכלה s^*: $W_1=15$
  - שכר לעובדים בלי השכלה: $W_2=10$

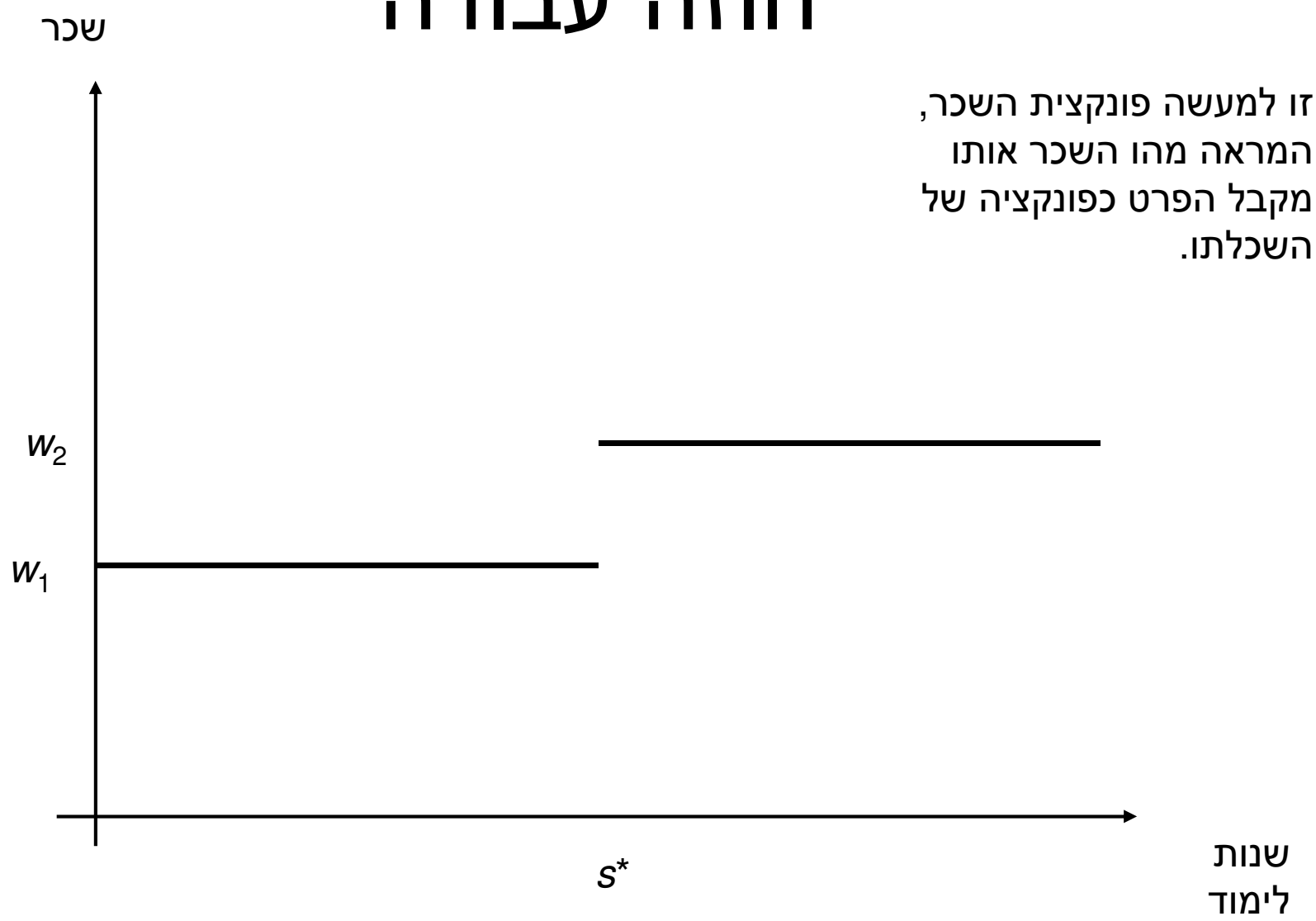
כך ש-

- העובדים הטובים רוצים לרכוש רמת השכלה s^*.
- העובדים הבינוניים אינם רוצים לרכוש רמת השכלה s^*.

שימו לב שתוחלת הרווח של המעסיקים הינה אפס.

חוזה עבודה

זו למעשה פונקצית השכר, המראה מהו השכר אותו מקבל הפרט כפונקציה של השכלתו.



נחפש שיווי-משקל

- אם העובדים הטובים רוכשים רמת השכלה s^*, התועלת שלהם תהיה:
  - $U_1(W_1,s^*) = W_1 - c_1 s^*$
- אם העובדים הטובים אינם רוכשים השכלה, התועלת שלהם תהיה:
  - $U_1(W_2,0) = W_2$
- העובדים הטובים מעדיפים לרכוש השכלה אם

$U_1(W_1,s^*) > U_1(W_2,0)$ או

$$\frac{w_1 - w_2}{c_1} > s^*$$

נחפש שיווי-משקל

- אם העובדים הבינוניים רוכשים רמת השכלה s^*, התועלת שלהם תהיה:
  - $U_2(W_1,s^*) = W_1 - c_2\, s^*$
- אם העובדים הבינוניים אינם רוכשים השכלה, התועלת שלהם תהיה:
  - $U_2(W_2,0) = W_2$
- העובדים הבינוניים מעדיפים לא לרכוש השכלה אם

$U_2(W_1,s^*) < U_2(W_2,0)$ או

$$\frac{w_1 - w_2}{c_2} < s^*$$

נחפש שיווי-משקל

- מכאן שכל רמת השכלה s^* כך ש-

$$\frac{w_1 - w_2}{c_2} < s^* < \frac{w_1 - w_2}{c_1}$$

יכולה להיות רמת השכלה בשיווי-משקל מפריד.

בדוגמה שלנו,

- כל רמת השכלה s^* כך ש-

$$\frac{15-10}{5} < s^* < \frac{15-10}{5/3}$$

יכולה להיות רמת השכלה המתקבלת בשיווי משקל מפריד.

שיווי משקל מאחד (מאגם)

- האם יש גם שיווי משקל שאינו מפריד?
- כן !!!
- נניח שהמעסיקים מציעים שכר 13 לכל עובד שמגיע אליהם ללא תלות בהשכלה שרכש.
- זה חלק משיווי משקל מאגם, בו תוחלת הרווח של כל מעסיק הינה אפס, אף עובד לא רוכש השכלה, וכל העובדים מועסקים.

שיווי-משקל מאגם

- שיווי-משקל מאגם מורכב מ-
  - רמת השכלה s^*
  - שכר $w^*=13$ לעובדים שרכשו לפחות את רמת ההשכלה s^*
  - *שכר 10 לעובדים שרכשו פחות השכלה*

כך ש-

- כל העובדים רוצים לרכוש רמת השכלה s^*.

שימו לב שתוחלת הרווח של כל מעסיק הינה אפס.

נחפש שיווי-משקל

הסבר ל שכר של 13

בשיווי משקל זה לא ניתן להבדיל בין העובדים, מכיוון שכולם רוכשים אותה רמת השכלה, לכן, התחרות בין המעסיקים תביא לכך שהשכר שיוצע לכל עובד יהיה תוחלת התפוקה השולית שלו. במקרה שלנו 0.6*15+0.4*10=13.

הסבר לשכר של 10

אנו מניחים שאם עובד לא רוכש את ההשכלה המתאימה, כל מעסיק מניח שהוא גרוע ולכן יקבל שכר של 10.

נחפש שיווי-משקל

- אם העובדים הטובים רוכשים רמת השכלה s^*, התועלת שלהם תהיה:
  - $U_1(13,s^*) = 13 - c_1 s^*$
- אם העובדים הטובים אינם רוכשים השכלה, התועלת שלהם תהיה:
  - $U_1(10,0) = 10$
- העובדים הטובים מעדיפים לרכוש השכלה אם

$U_1(13,s^*) > U_1(10,0)$ או

$$\frac{13-10}{c_1} > s^*$$

נחפש שיווי-משקל

- אם העובדים הבינוניים רוכשים רמת השכלה s^*, התועלת שלהם תהיה:
  - $U_2(13,s^*) = 13 - c_2\, s^*$
- אם העובדים הבינוניים אינם רוכשים השכלה, התועלת שלהם תהיה:
  - $U_2(10,0) = 10$
- העובדים הבינוניים מעדיפים לרכוש השכלה אם

$U_2(13,s^*) > U_2(10,0)$ או

$$\frac{13-10}{c_2} > s^*$$

נחפש שיווי-משקל

- מכאן שכל רמת השכלה s^* כך ש-

$$\frac{3}{c_2} > s^* > 0$$

יכולה להיות רמת השכלה בשיווי-משקל מאגם.

בדוגמה שלנו,

- כל רמת השכלה s^* כך ש-

$$\frac{13-10}{5} > s^* > 0$$

יכולה להיות רמת השכלה המתקבלת בשיווי משקל מאגם.

נקודה למחשבה: נניח ש – $s^*=0.6$. מה יעשה מעסיק שיגיע אליו עובד עם 1.5 שנות השכלה?

דוגמה מספרית נוספת

נניח כי יש שני סוגי פרטים.
פרט מסוג 1 מייצר 20 יחידות, והעדפותיו ניתנות על ידי $U_1=w-s^2$
פרט מסוג 2 מייצר 10 יחידות, והעדפותיו ניתנות על ידי $U_2=w-2s^2$
40% מאוכלוסייה הינם פרטים מסוג 1.
המעסיקים מוכרים את תפוקת הפרט במחיר 2. הם רואים את השכלת הפרט ולא את יכולתו. הם מתחרים על הפרטים על ידי מתן הצעות שכר סימולטאניות (השכר יכול להיות תלוי בהשכלת הפרט).
שיווי משקל מאחד ניתן, למשל, על ידי הצעת השכר $w=28$ ללא תלות בהשכלה.
במקרה כזה רמת ההשכלה בה יבחרו הפרטים הינה אפס.
שיווי משקל מאחד אחר ניתן על ידי הצעת שכר 28 לכל פרט עם 2 שנות השכלה לפחות.
שימו לב שלא יתכן שיווי משקל כזה בו הפרטים לוקחים יותר מ 2 שנות השכלה.
בכל שיווי משקל כזה תוחלת הרווח של כל מעסיק הינה אפס, וכל פרט ממקסם את תועלתו על ידי בחירת רמת ההשכלה המבוקשת וכניסה לשוק העבודה.
נקודה למחשבה: מה "באמת" יעשה מעסיק אם יגיע אליו עובד עם 5 שנות השכלה?

דוגמה מספרית נוספת

שיווי משקל מפריד ניתן על ידי הצעת שכר w=40 למי שרכשו 4 שנות לימוד או יותר, ושכר w=20 למי שרכשו פחות מ – 4 שנות לימוד.

במצב כזה המעסיק ממקסם את רווחיו, לפרט מסוג 1 יש תועלת 24 ולפרט מסוג 2 יש תועלת 20 (הוא ירכוש אפס השכלה).

לפרט מסוג 2 לא כדאי לרכוש ארבע שנות השכלה כי אז אומנם יקבל שכר 40 אך תועלתו תהיה 8.
לפרט מסוג 1 לא כדאי לרכוש אפס השכלה כי אז תועלתו תהיה 20.
מהי קבוצת רמות השכר שתתמוכנה בשיווי משקל מפריד?

דיון בשאלת האיתות

- הנתונים האמפיריים לגבי מימד ההון האנושי לעומת מימד האיתות בהשכלה אינם חד משמעיים.

  – על תואר מקבלים "הרבה יותר" מאשר על שנות לימוד חלקיות - תומך בשני ההסברים.

  – פערי השכר בין אנשים עם רמות השכלה שונות נשמרים – תומך בשני ההסברים.

- האם זה באמת משנה? האם יש דרך זולה יותר למיין?

James A. Mirlees

מודל המנהל-סוכן (Principal – Agent Model)

- הנחות המודל
  - ה"תוצאה" תלויה בפעולת הסוכן
  - הסוכן יכול לנקוט בפעולות שונות
  - המנהל אינו רואה מה הפעולה בה נקט הסוכן
  - למנהל יש תועלת מכסף ולסוכן יש תועלת מכסף ומהפעולה (בדרך כלל תועלת שלילית, כלומר סבל).

- דוגמאות
  - שוק העבודה
  - שוק האשראי
  - שוק הביטוח

פתרון המודל ומסקנות

- בשיווי משקל יתקבלו "חוזים" המניעים את הפרט שפעולתו לא נצפית לנקוט בפעילות הרצויה לצד השני.

- הפרט שפעולתו אינה נצפית יפיק בדרך כלל "רנטה" חיובית, רנטה שתגדל ככל שהוא "טוב יותר".

- התוצאה המתקבלת תאופיין על ידי

  אילוצי השתתפות (participation constraints) או כפי שהם נקראים לעיתים אילוצי רציונאליות אישית (individual rationality constraints),

  ו–

  אילוצי תמריצים (incentive compatibility constraints).

- בהחלט תיתכנה תוצאות שאינן "יעילות".

דוגמה מספרית

נתונים

נניח כי לפרט יש רכוש תחילי 40,000 הנזק מתאונה הינו 30,000 .

במידה ולא מושקע שום מאמץ הסיכוי לתאונה הוא 25%.

במידה והמאמץ מושקע הסיכוי לתאונה הוא 10%.

השקעת המאמץ גורמת לפרט סבל של 5.

העדפותיו של הפרט ניתנות על ידי: $u(w)=(w)^{0.5}$

.

דוגמה מספרית

נמצא את תועלת הסף של הפרט.

אם הפרט לא רוכש ביטוח אזי:

אם הפרט משקיע מאמץ, רווחתו תהיה:

$$0.9(40,000)^{0.5}+0.1(10,000)^{0.5} - 5 = 185$$

אם לא ישקיע מאמץ רווחתו תהיה:

$$0.75(40,000)^{0.5}+0.1(10,000)^{0.5} = 175$$

ולכן אם הפרט אינו רוכש ביטוח, הפרט יתאמץ ורווחתו תהיה 185. כלומר, תועלת הסף שלו הינה 185.

חוזה הביטוח האופטימאלי (מיקסום רווחי חברת הביטוח)

יש למצוא את החוזה שמביא לרווח הגדול ביותר.

יש שלוש אפשרויות
לא להציע שום חוזה – רווח אפס.
להציע חוזה שמניע את הפרט להתאמץ.
להציע חוזה שלא מניע את הפרט להתאמץ.

באפשרות השנייה יצטרך הצירוף של פרמיה (q) והחזר (R) לקיים שני אילוצים את אילוץ ה IC (ביחס לנקיטת מאמץ) וה – PC (שהפרט יהיה מעוניין לקחת אותו).
באפשרות השלישית יצטרך הצירוף לקיים את אילוץ ה - PC, ברור כי אילוץ ה – IC יתקיים ולפרט לא יהיה כדאי להתאמץ.

החברה תמקסם בכל תרחיש תחת האילוצים את תוחלת רווחיה שהינם:

q-0.1R במקרה של מאמץ ו – q-0.25R במקרה שאין מאמץ.

חוזה ביטוח אופטימאלי המשרה מאמץ

החברה תפתור:

Max q-0.1R

S.T.

$0.9(40{,}000-q)^{0.5} + 0.1(10{,}000+R-q)^{0.5} - 5 \geq 0.75(40{,}000-q)^{0.5} + 0.25(10{,}000+R-q)^{0.5}$ אילוץ ה - IC

$0.9(40{,}000-q)^{0.5} + 0.1(10{,}000+R-q)^{0.5} - 5 \geq 185$ אילוץ ה - PC

שני האילוצים חייבים להתקיים בשוויון באופטימום (הסבר בשקפים הבאים).

הצגה גראפית של בעיית החברה

נתאר את עקומות האדישות של הסוכן, כאשר הוא מתאמץ, במישור q-R.

עקומת אדישות טיפוסית ניתנת על ידי:

$0.9\cdot(40000-q)^{0.5}+0.1\cdot(10000+R-q)^{0.5}=\text{constant}$

שיפוע עקומת האדישות ניתן על ידי:

$$-\frac{MU_q}{MU_R}=-\frac{-0.45\cdot(40000-q)^{-0.5}-0.05\cdot(10000+R-q)^{-0.5}}{0.05\cdot(10000+R-q)^{-0.5}}=$$

$$1+9\sqrt{\frac{10000+R-q}{40000-q}}\le 10 \text{ (since R} \le 30000)$$

הצגה גראפית של בעיית החברה

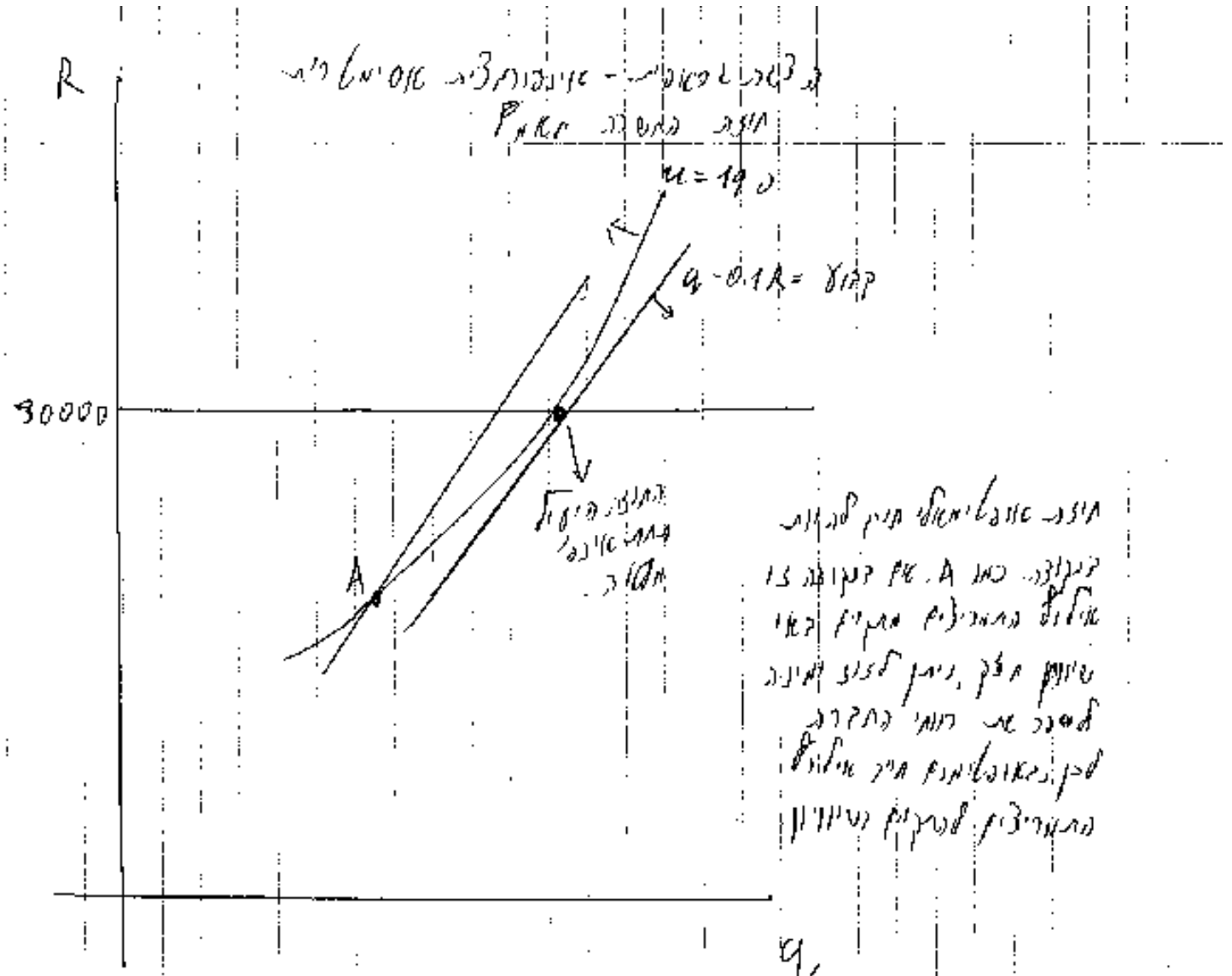
מכאן רואים כי עקומת האדישות הולכת ונעשית יותר תלולה משמאל לימין. כמו כן שיפועה קטן מ – 10 כל עוד ההחזר קטן מ 30000. שימו לב, שאם חוזה הביטוח אמור להשרות מאמץ, אזי ההחזר באמת צריך להיות קטן מ – 30000.

קו שווה רווח של חברת הביטוח במישור q-R ניתן על ידי:

$$q-0.1\cdot R=constant$$

שיפועו של הקו שווה רווח הינו 10.

אם אילוץ ההשתתפות מתקיים באי שיוויון חזק, אזי ניתן לשנות את q ו – R כך שכל מחובר יקטן באפסילון. אילוץ ההשתתפות ימשיך להתקיים, ואילוץ התמריצים לא יושפע משינוי כזה. לכן, אילוץ ההשתתפות חייב להתקיים בשוויון באופטימום. כלומר, החוזה האופטימאלי המניע את הפרט להתאמץ חייב לתת לפרט תועלת 185, או תועלת 190 בהתעלם מהמאמץ.


R
30000
A
$U = 0.9(400000 - Y)^{0.5} + 0.1(10000 + R - Y)^{0.5}$

חוזה ביטוח המשרה מאמץ
פתרון אלגברי

Max q-0.1R

S.T.

$0.9(40{,}000-q)^{0.5} + 0.1(10{,}000+R-q)^{0.5} - 5 \geq$

$0.75(40{,}000-q)^{0.5} + 0.25(10{,}000+R-q)^{0.5}$

$0.9(40{,}000-q)^{0.5} + 0.1(10{,}000+R-q)^{0.5} - 5 \geq 185$

שני האילוצים חייבים להתקיים בשיוויון באופטימום ולכן נקבל כי:

$(10{,}000+R-q)^{0.5}=160$

$(40{,}000-q)^{0.5}=193.333$

לכן **R=18,222.35 ; q=2,622.35 ורווחי החברה הינם 800.**

חוזה ביטוח שאינו משרה מאמץ

החברה תפתור:

Max q-0.25R

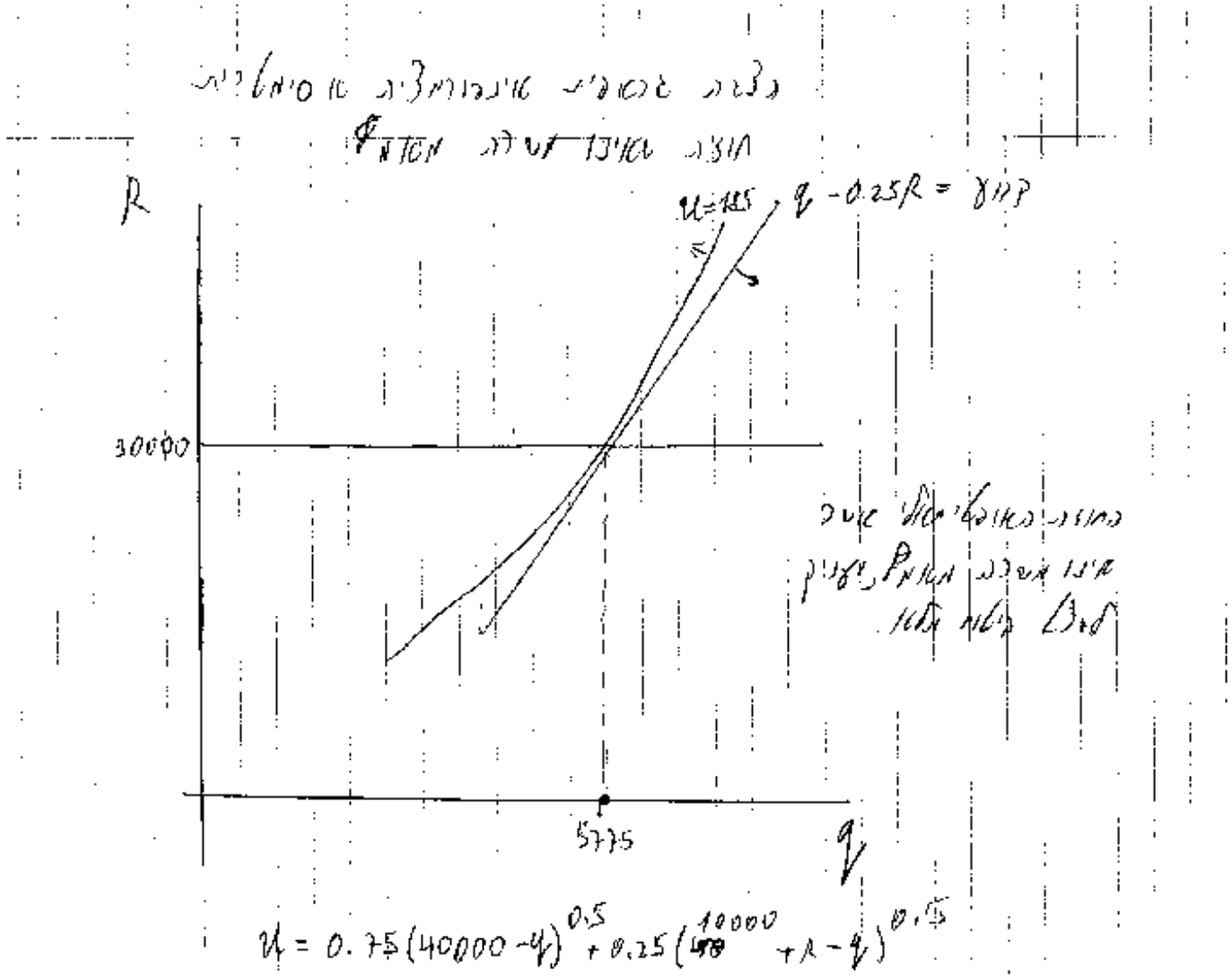
S.T.

$0.75(40{,}000-q)^{0.5} + 0.25(10{,}000+R-q)^{0.5} \geq 185$

פתרון הבעיה ניתן על ידי R=30,000 ו - q=5,775. הרווח שלילי.

(הצגה גראפית מופיעה בשקף הבא)

לכן, החוזה האופטימאלי הינו החוזה שמשרה מאמץ, המתואר בשקף 104.



$$u = 0.75(40000-u)^{0.5} + 0.25\left(\frac{10000}{q+1}\right)^{0.5}$$

הרחבות

- שילוב של AS ו – MH.
- אינפורמציה פרטית למנהל
- תחרות בין סוכנים
- תחרות בין מנהלים

Adverse Selection
הגדרה ודוגמאות

Adverse Selection מתאר מצב בו יש שני צדדים לעסקה פוטנציאלית, כשלצד אחד יש מידע פרטי הרלוונטי לתשלום (הנאה) של הצד השני.

	אינפורמציה פרטית	מיודע	לא מיודע
שוק המכוניות המשומשות	טיב המכונית	המוכר	הקונה
שוק העבודה	יכולת העובד	העובד	המעסיק
שוק האשראי	הסתברות לפשיטת רגל	הלווה	המלווה
שוק הביטוח	ההסתברות למחלה	המבוטח	המבטח

Moral Hazard(סיכון מוסרי)
הגדרה ודוגמאות

Moral Hazard מתאר מצב בו יש שני צדדים לעסקה פוטנציאלית, כשצד אחד לא רואה מה הפעולה, שמשפיעה על התשלום (ההנאה) שלו, בה נוקט הצד השני.

	פעולה פרטית	מיודע	לא מיודע
שוק העבודה	מאמץ מושקע	העובד	המעסיק
שוק האשראי	בחירה של פרויקט ופיקוח	הלווה	המלווה
שוק הביטוח	נקיטת אמצעי זהירות	המבוטח	המבטח