גישת ההעדפה הנגלית

נושאי השיעור

- העדפה נגלית
- הפן התיאורטי
- הפן המעשי
  - סטאטיקה השוואתית
  - מדדי כמויות
  - מיסים עקיפים לעומת מיסי גולגולת
- מדדי מחירים
- הקשרים בין המדדים השונים

הפן התיאורטי

- אנו צופים בסלים אותם בוחר הפרט עבור קבוצות תקציב שונות.

- סלים אלו חושפים (מגלים) אינפורמציה לגבי העדפות הפרט.

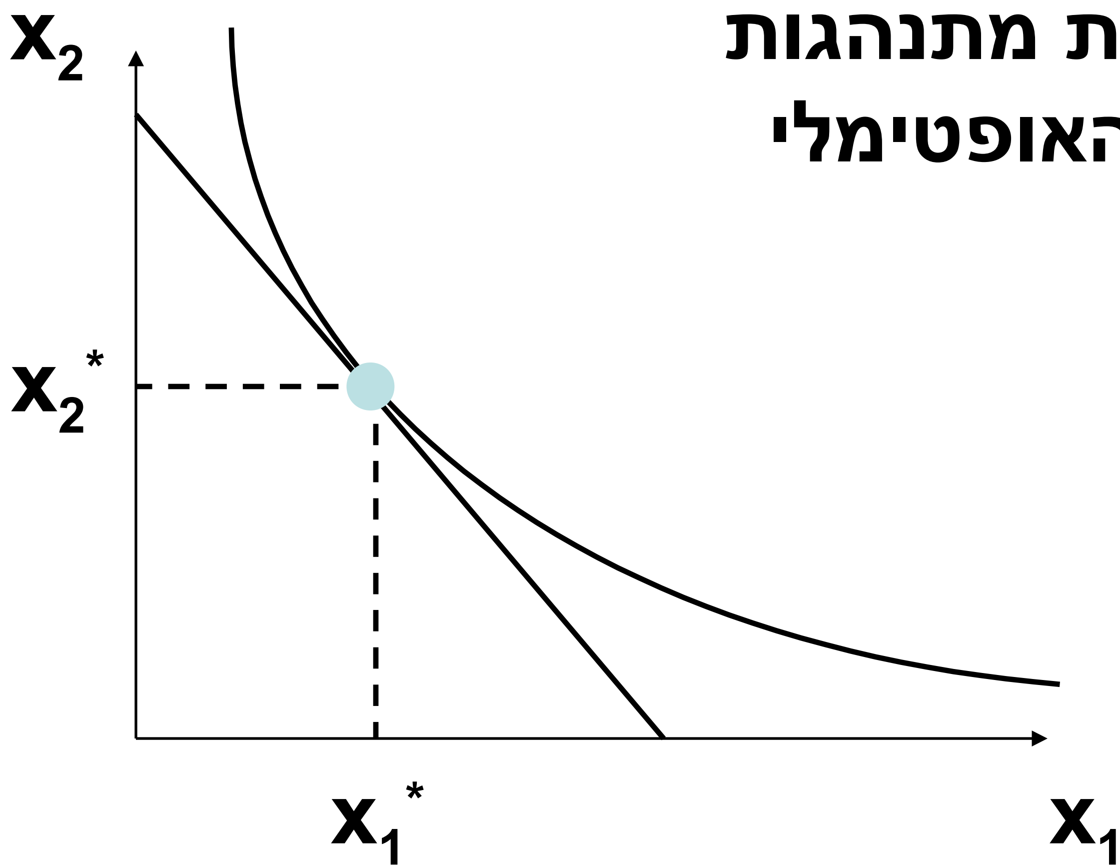
- ניתן להשתמש באינפורמציה זו בשתי צורות:
  - אימות או הזמת ההנחה שצרכן ממקסם את רווחתו
  - שחזור מערכת ההעדפות של הצרכן

הפן התיאורטי - הנחות

- העדפות הצרכן אינן משתנות
- עקומות האדישות מתנהגות "ממש יפה"
- ההעדפות מונוטוניות עולות ממש

משמעות ההנחות

אם עקומות האדישות מתנהגות "ממש יפה", הסל האופטימלי הינו יחיד.

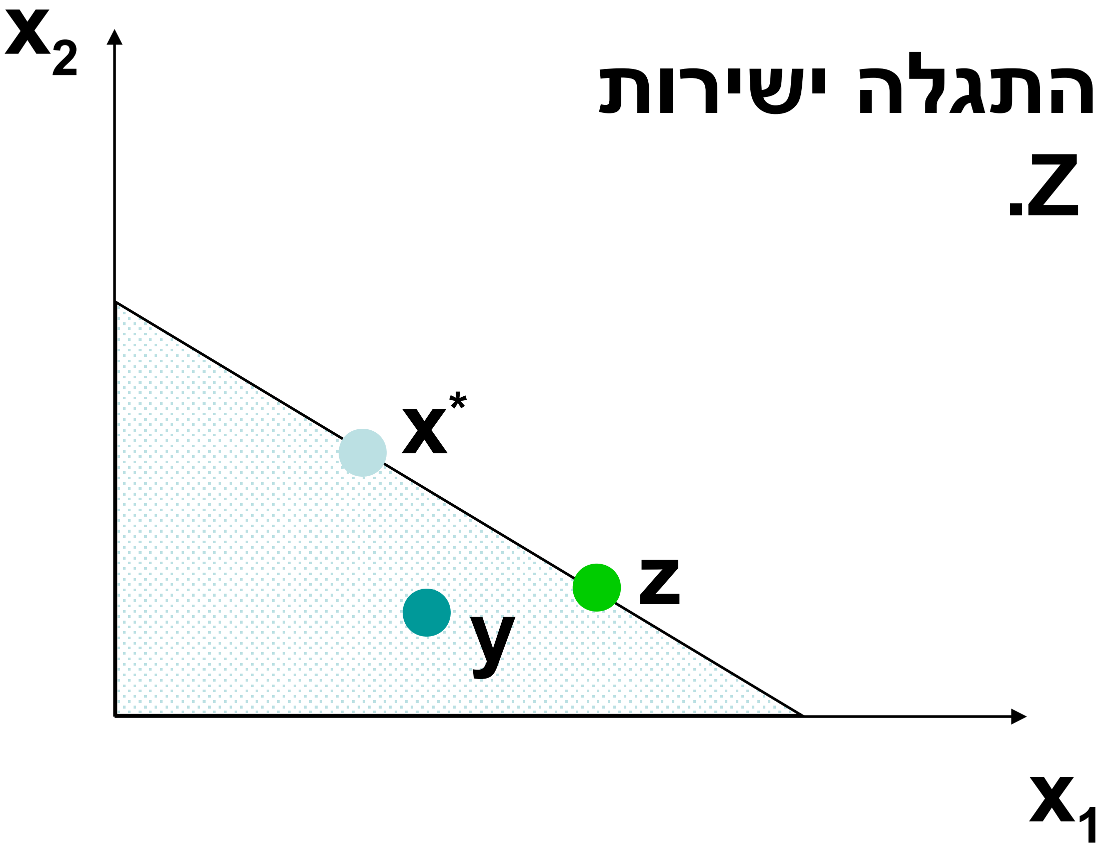


התגלה ישירות כעדיף ל -

- אם ניתן היה לקנות את סל Y כאשר הסל X^* נקנה, אזי X^* התגלה כעדיף ישירות על Y.

יחס ההעדפה הישיר

הסל הנבחר X^* התגלה ישירות כעדיף על Y ו – Z.



יחס ההעדפה הישיר

את העובדה ש X התגלה כעדיף ישירות על

Y מסמנים ב – Y DRP X

יחס ההעדפה העקיף

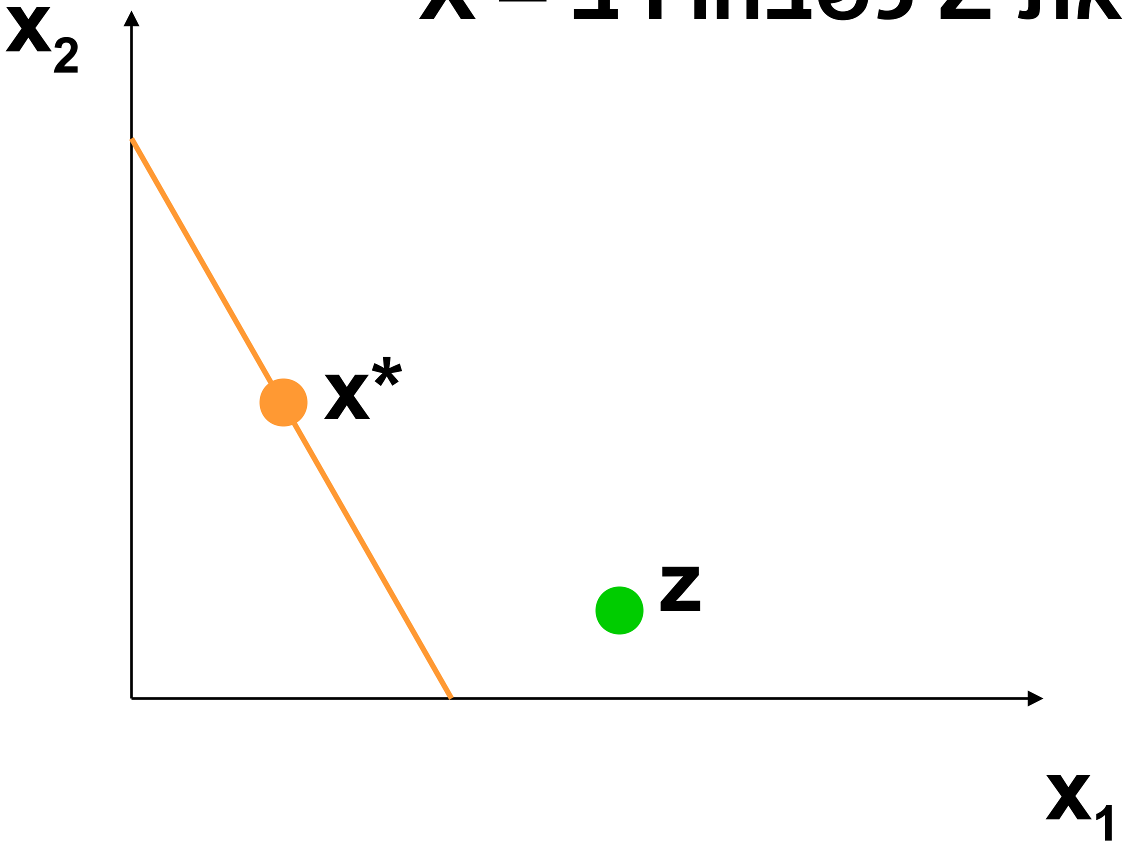
אם X התגלה ישירות כעדיף על Y, ו – Y התגלה ישירות כעדיף על Z, אזי X התגלה בעקיפין כעדיף על Z.

כלומר

$$X \text{ DRP } Y \text{ and } Y \text{ DRP } Z \rightarrow X \text{ IRP } Z$$

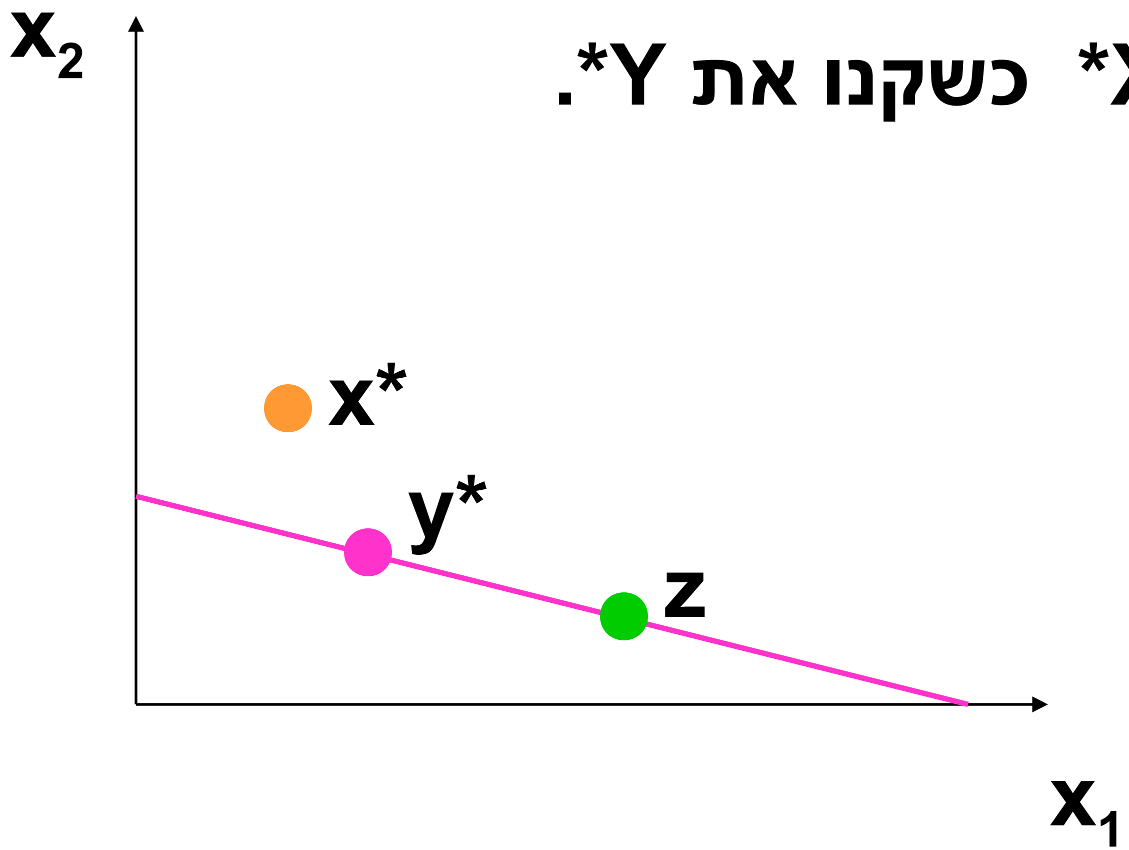
התגלה בעקיפין כעדיף ל -

לא ניתן לקנות את Z כשבחרו ב – X*



בעקיפין כעדיף ל – התגלה

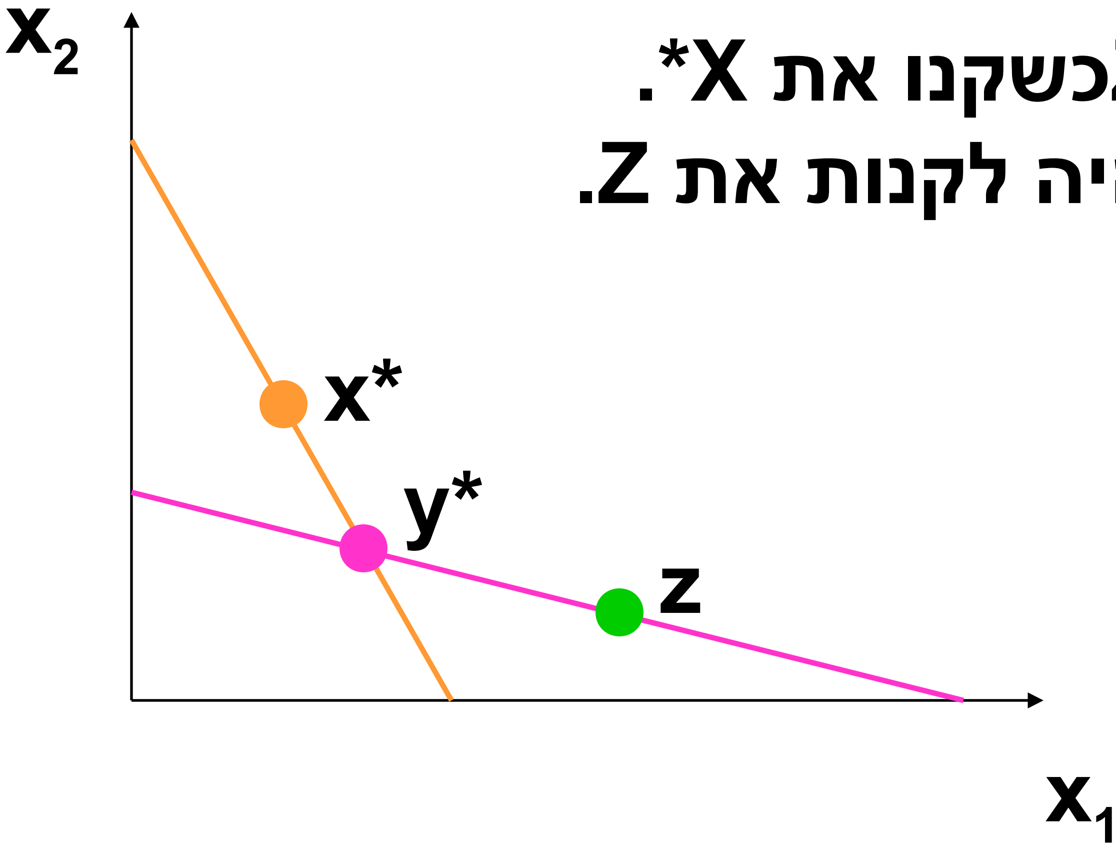
לא ניתן לקנות את X* כשקנו את Y*.



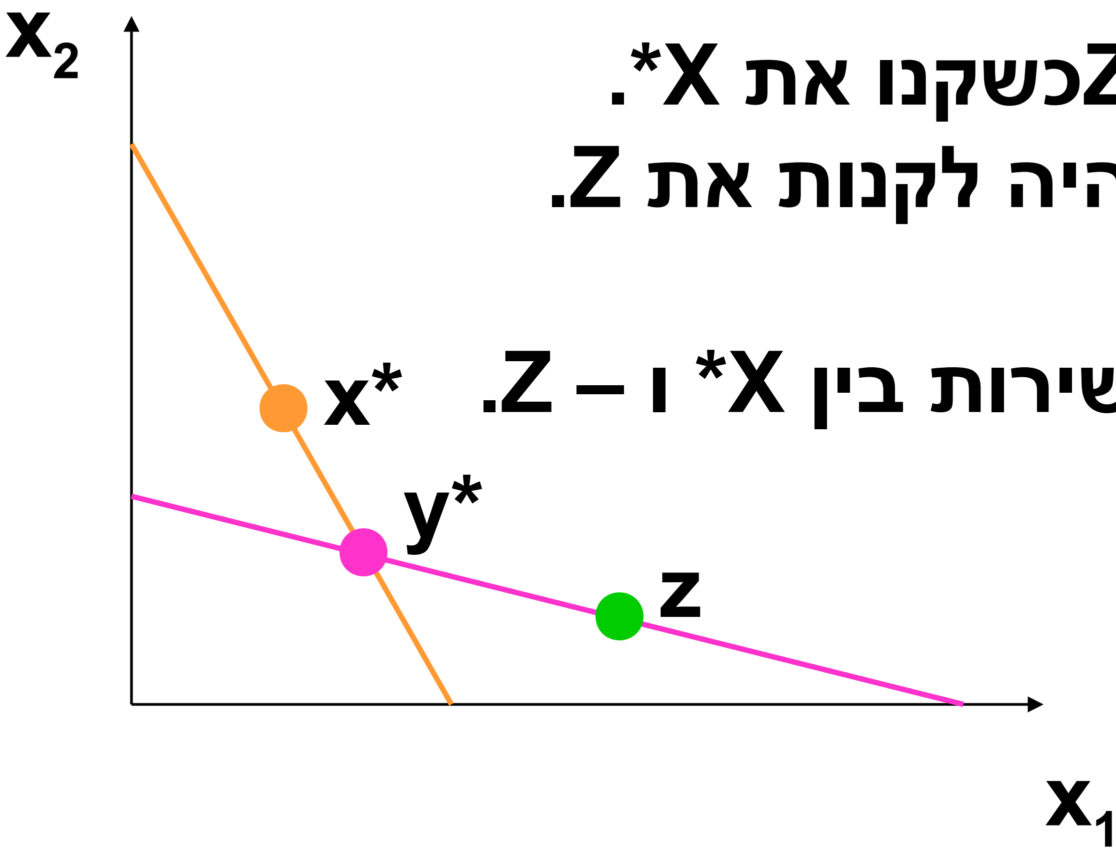
התגלה בעקיפין כעדיף ל -

לא ניתן לקנות את Zכשקנו את X*.

כשקנו את Y* ניתן היה לקנות את Z.



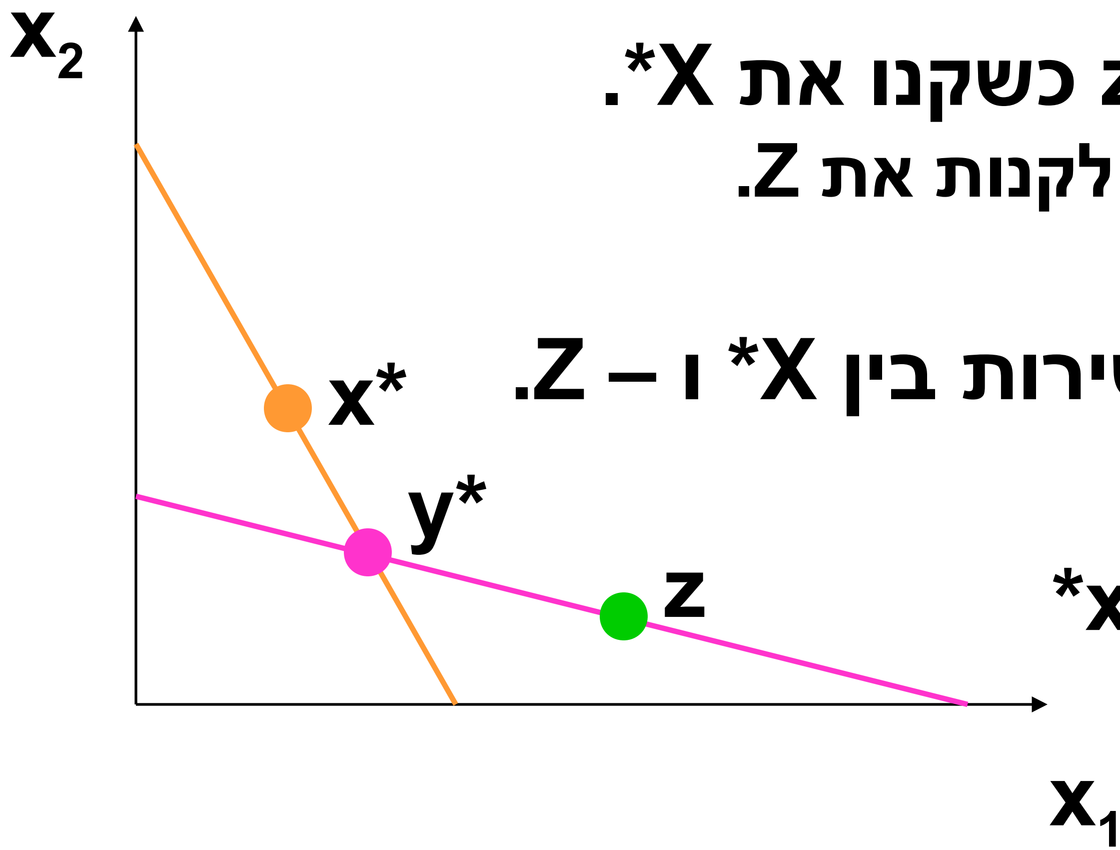
התגלה בעקיפין כעדיף ל -



לא ניתן לקנות את Zכשקנו את X*.
כשקנו את Y* ניתן היה לקנות את Z.

אי אפשר להשוות ישירות בין X* ו – Z.

התגלה בעקיפין כעדיף ל -



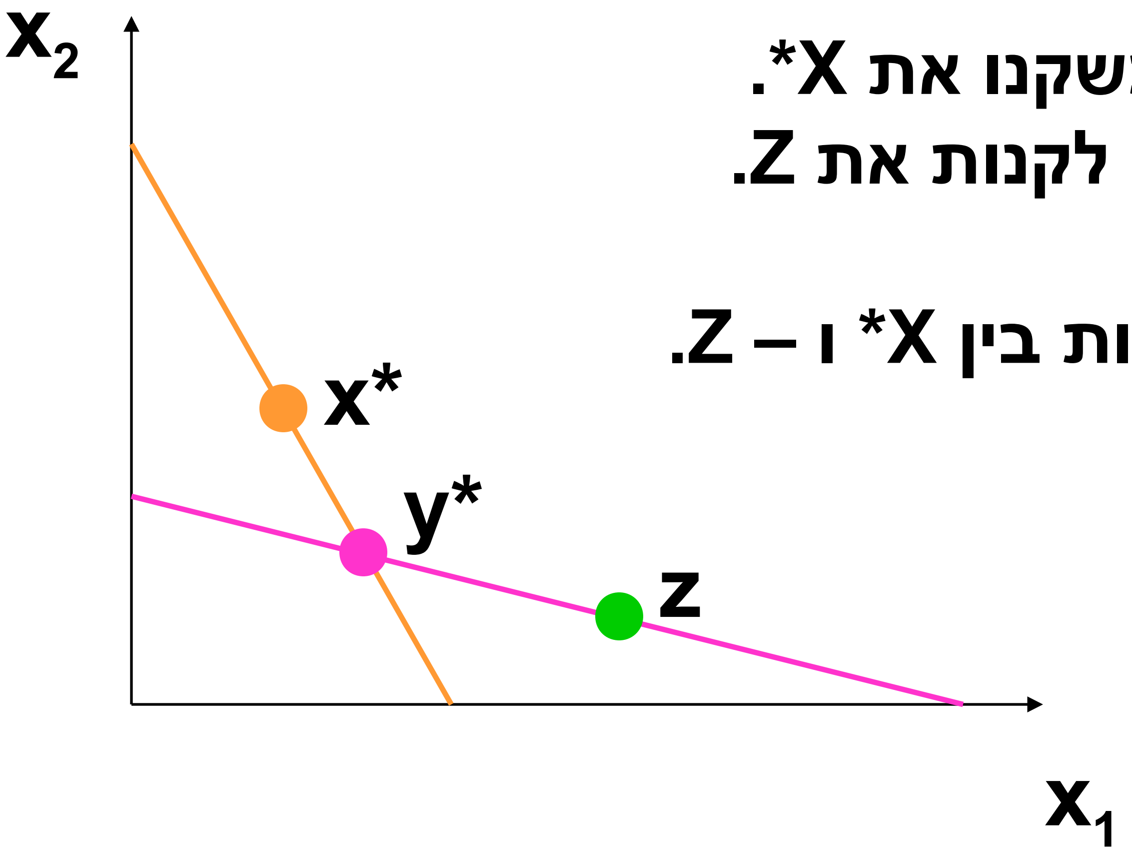
לא ניתן לקנות את z כשקנו את X*.

כשקנו את Y* ניתן היה לקנות את Z.

אי אפשר להשוות ישירות בין X* ו – Z.

אבל y DRP x*

התגלה בעקיפין כעדיף ל -



לא ניתן לקנות את z כשקנו את X*.

כשקנו את Y* ניתן היה לקנות את Z.

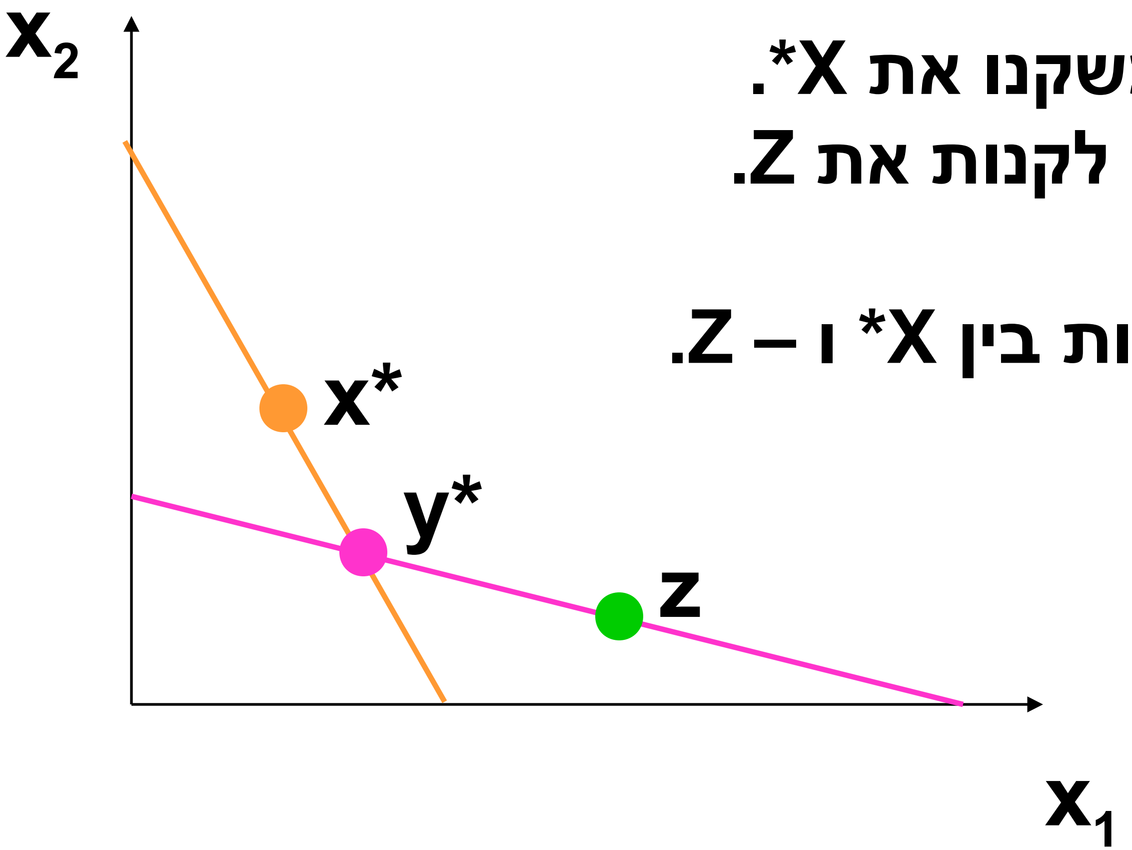
אי אפשר להשוות ישירות בין X* ו – Z.

אבל x* DRP y*

ו –

y* DRP z

התגלה בעקיפין כעדיף ל -



לא ניתן לקנות את z כשקנו את X*.

כשקנו את Y* ניתן היה לקנות את Z.

אי אפשר להשוות ישירות בין X* ו – Z.

אבל y DRP x*

ו –

y* DRP z

לכן

x* IRP z

האקסיומה החלשה של העדפה נגלית (WARP)

-Paul A. Samuelson, 1915

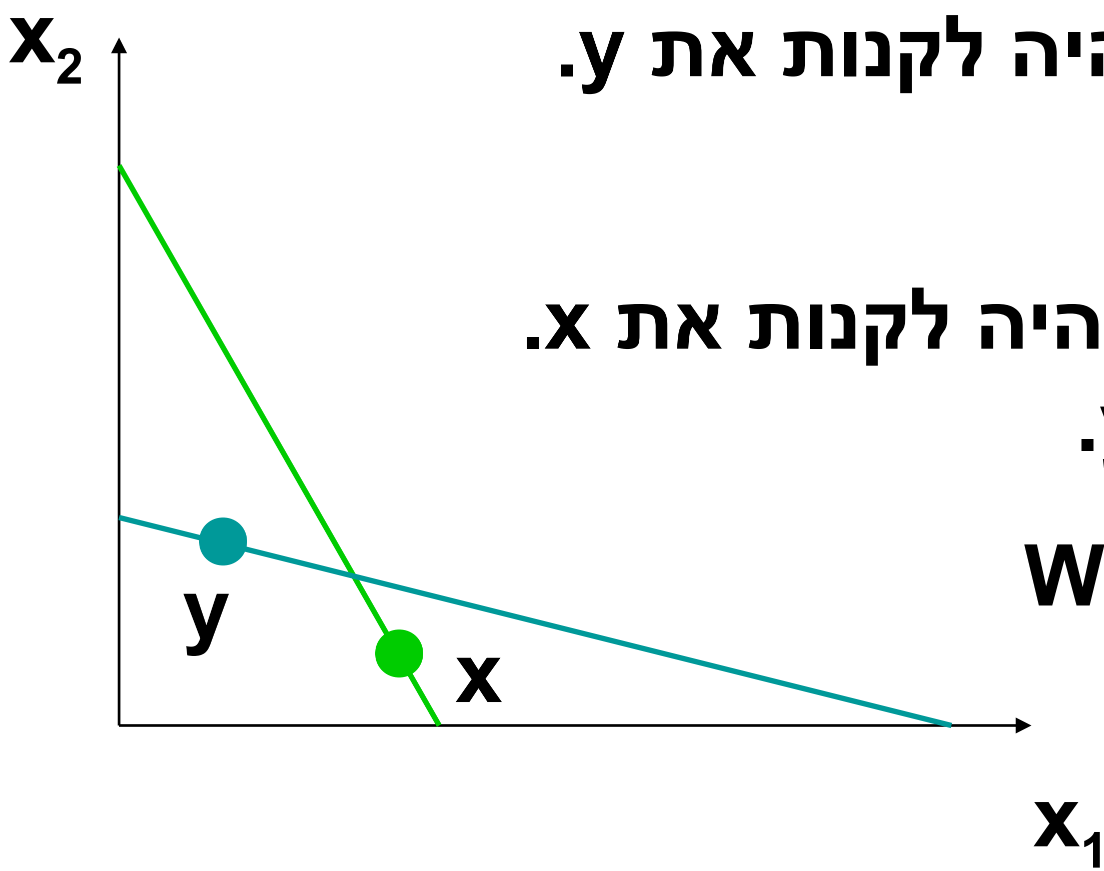
A Note on the Pure Theory of Consumer's Behaviour P. A. Samuelson
Economica, New Series, Vol. 5, No. 17. (Feb., 1938), pp. 61-71.

האקסיומה החלשה של העדפה נגלית סמואלסון (1938)

- אם X DRP Y אזי לא יתכן Y DRP X.

- כלומר אם קיים צירוף מחירים והכנסה בו X התגלה ישירות כעדיף על Y, לא קיים צירוף מחירים הכנסה בו Y מתגלה ישירות כעדיף על X.

הפרה "טיפוסית" של ה WARP



x נבחר כשניתן היה לקנות את y.
כלומר y DRP x.

Y נבחר כשניתן היה לקנות את x.
כלומר x DRP y.

סתירה ל - WARP

האקסיומה החזקה של העדפה נגלית (SARP)

Hendrik S. Houthakker 1924 -

Revealed Preference and the Utility Function
H. S. Houthakker
Economica, New Series, Vol. 17, No. 66. (May, 1950), pp. 159-174.

האקסיומה החזקה של העדפה נגלית (Hauthakker (1950

- אם X IRP Y אזי לא יתכן Y IRP X.

- כלומר אם קיימת סדרת צירופים של מחירים והכנסה שמראה כי X עדיף בעקיפין על Y, לא קיימת סדרת צירופים של מחירים והכנסה שתראה כי Y עדיף בעקיפין על X.

העדפה נגלית - הפן המעשי

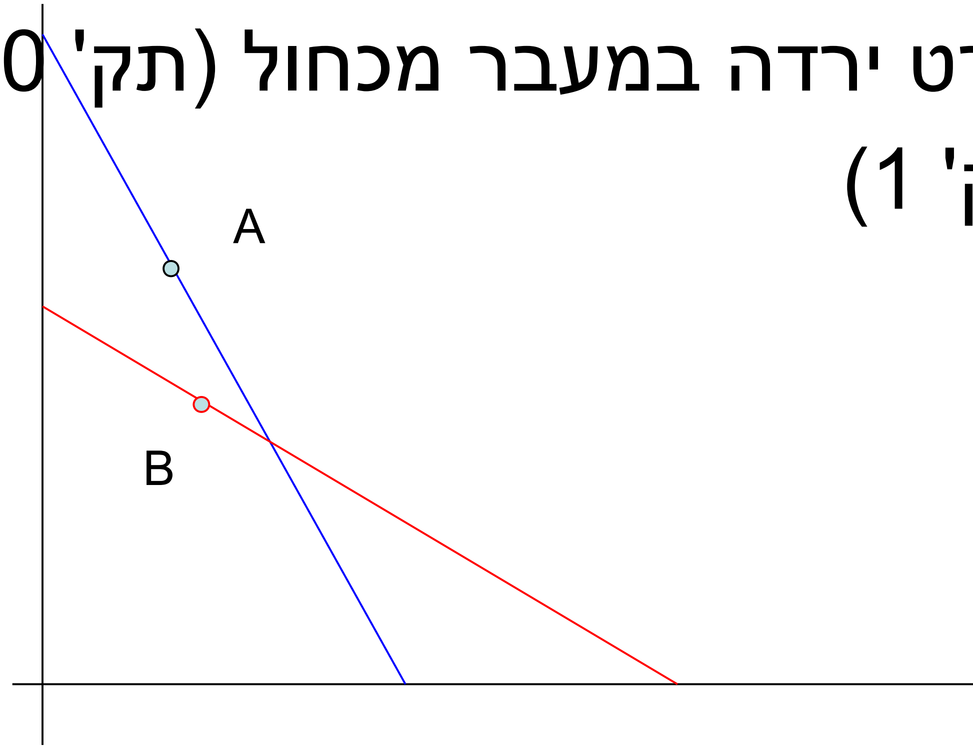
- סטאטיקה השוואתית
  - כיצד משתנה רווחתו של הפרט בין שתי תקופות?
  - כיצד משתנות הכמויות הנבחרות?

- השוואה בין מס עקיף ומס גולגולת

השוואות רווחה בין שתי תקופות

- A בתק' הכחולה ו – B בתק' האדומה

רווחת הפרט ירדה במעבר מכחול (תק' 0) לאדום (תק' 1)

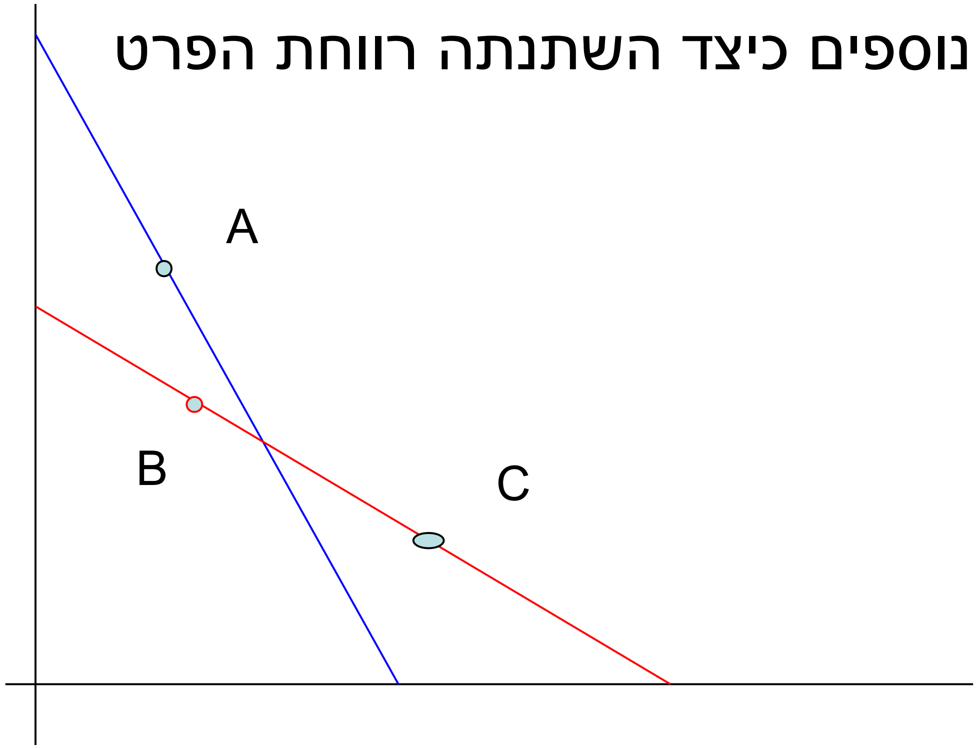


השוואות רווחה בין שתי תקופות

- A בתק' הכחולה ו – C בתק' האדומה

אין לדעת ללא נתונים נוספים כיצד השתנתה רווחת הפרט

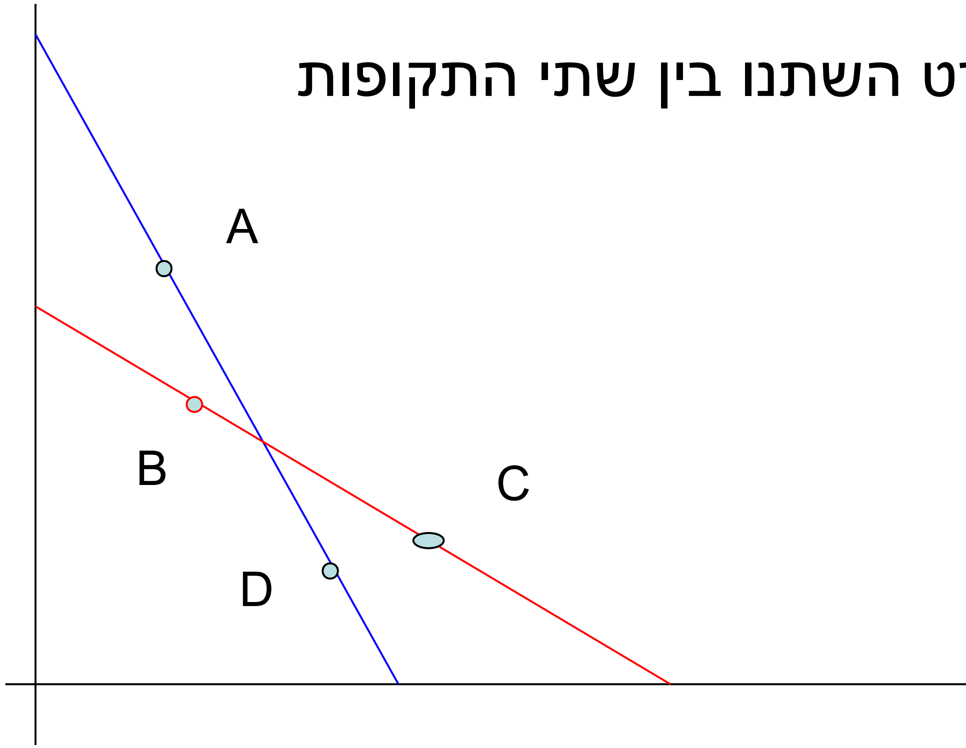
בין שתי התקופות.



השוואות רווחה בין שתי תקופות

- D בתק' הכחולה ו – B בתק' האדומה

ככל הנראה טעמי הפרט השתנו בין שתי התקופות



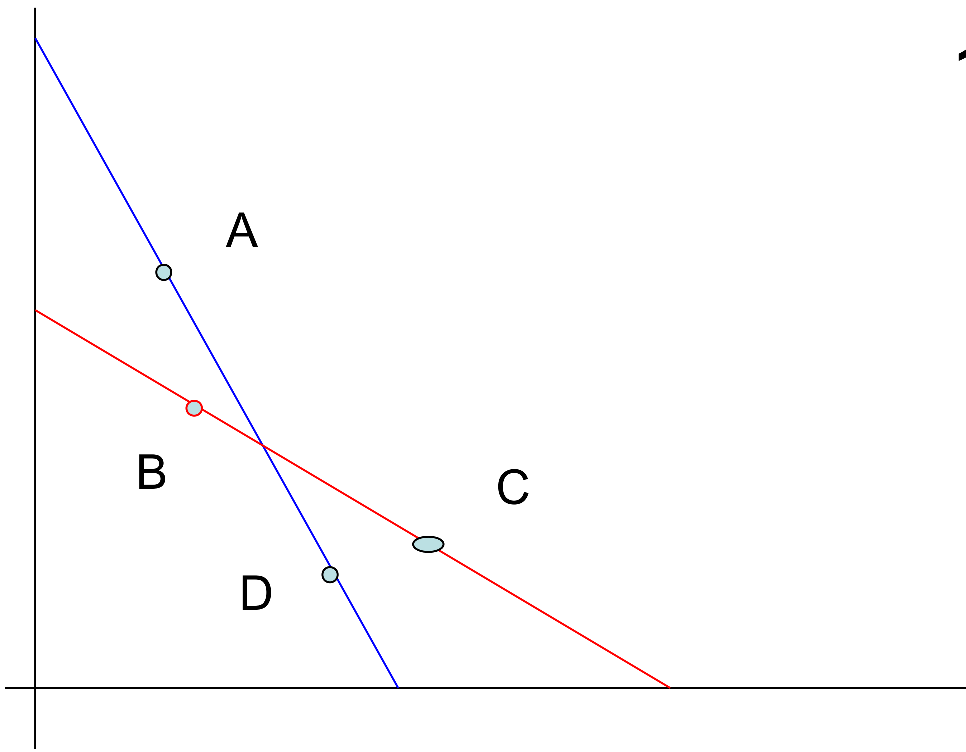
Etienne Laspeyres (1834-1913)

Hermann Paasche (1851-1925)

מדדי כמויות ומעברים בין התקופות

כחול – תקופה 0

אדום – תקופה 1



מדד הכמויות של לספר - Q_L

מדד הכמויות של לספר נסמן ב – Q_L ומוגדר על ידי :

$$Q_L = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i^0 X_i^1}{\sum_{i=1}^{n} P_i^0 X_i^0}$$

P_i^o המחיר של מוצר i בתקופה 0 .

X^0_i הכמות הנצרכת ממוצר i בתקופה 0 .

X^1_i הכמות הנצרכת ממוצר i בתקופה 1 .

$Q_L \le 1$ בתקופה 0 הפרט יכול לקנות את הסל של תקופה 1 ולכן סביר שבחר ע .

הלמשה המעבר מ A ל – B .

$Q_L > 1$ אין לדעת מה קרה לרווחת הצרכן , המעבר מ A ל C .

במדד לספר מתבססים על מחירי תקופה 0 .

מדד כמויות מאפשר לנו לענות על השאלה " [illegible] מה זה "

בהקשר לשינויים ברווחת הפרט .

מדד הכמויות של פש - Q_P

מדד הכמויות של פש מסומן – Q_P ומוגדר על ידי:

$$Q_P = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i^1 X_i^1}{\sum_{i=1}^{n} P_i^1 X_i^0}$$

P_i^1 הוא המחיר של מוצר i בתקופה 1.

X^0_i כמות הצריכה ממוצר i בתקופה 0.

X^1_i כמות הצריכה ממוצר i בתקופה 1.

$Q_P \geqslant 1$ בתקופה 1 הפרט יכול לקנות את הסל של תקופה 0 ולכן סביר שמצבו הוטב.

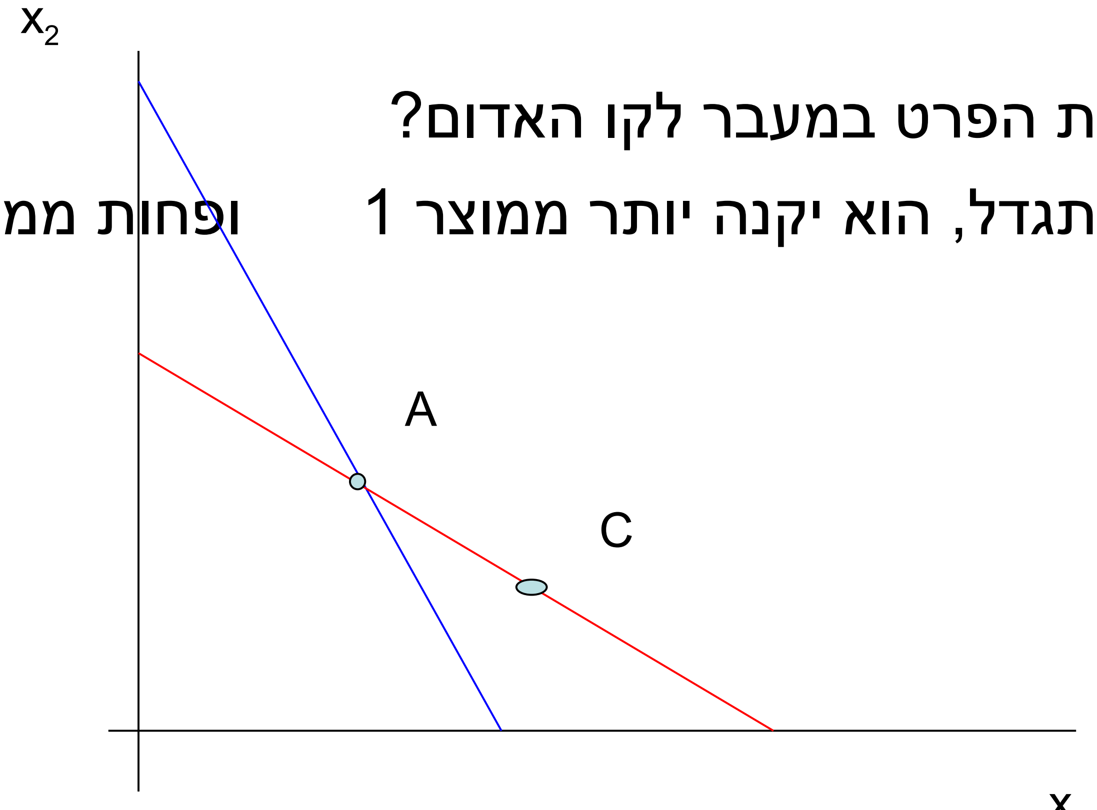
למשל המעבר מ - D ל – C.

$Q_P<1$ אין לדעת מה קרה לרווחת הצרכן, המעבר מ A ל C.

במדד פש מתבססים על מחירי תקופה 1.

עוד השוואות רווחה בין שתי תקופות

- A בתק' הכחולה
- כיצד תשתנה רווחת הפרט במעבר לקו האדום?
- רווחתו בדרך כלל תגדל, הוא יקנה יותר ממוצר 1 ופחות ממוצר 2.



הסבר אנליטי לגרף הקודם

[illegible] A [illegible] A –

[illegible].

[illegible]

[illegible] A.

[illegible] A [illegible]

) [illegible] ([illegible] C ([illegible] -

x_1 [illegible] – x_2).

[illegible] MRS

[illegible] – MRS ב A [illegible]

[illegible]:

$$\frac{MU_1}{MU_2}(A) > \frac{P_1}{P_2} \Longrightarrow \frac{MU_1}{P_1} > \frac{MU_2}{P_2}$$ [illegible]

[illegible] A - [illegible] x_1 [illegible]

[illegible] x_2.

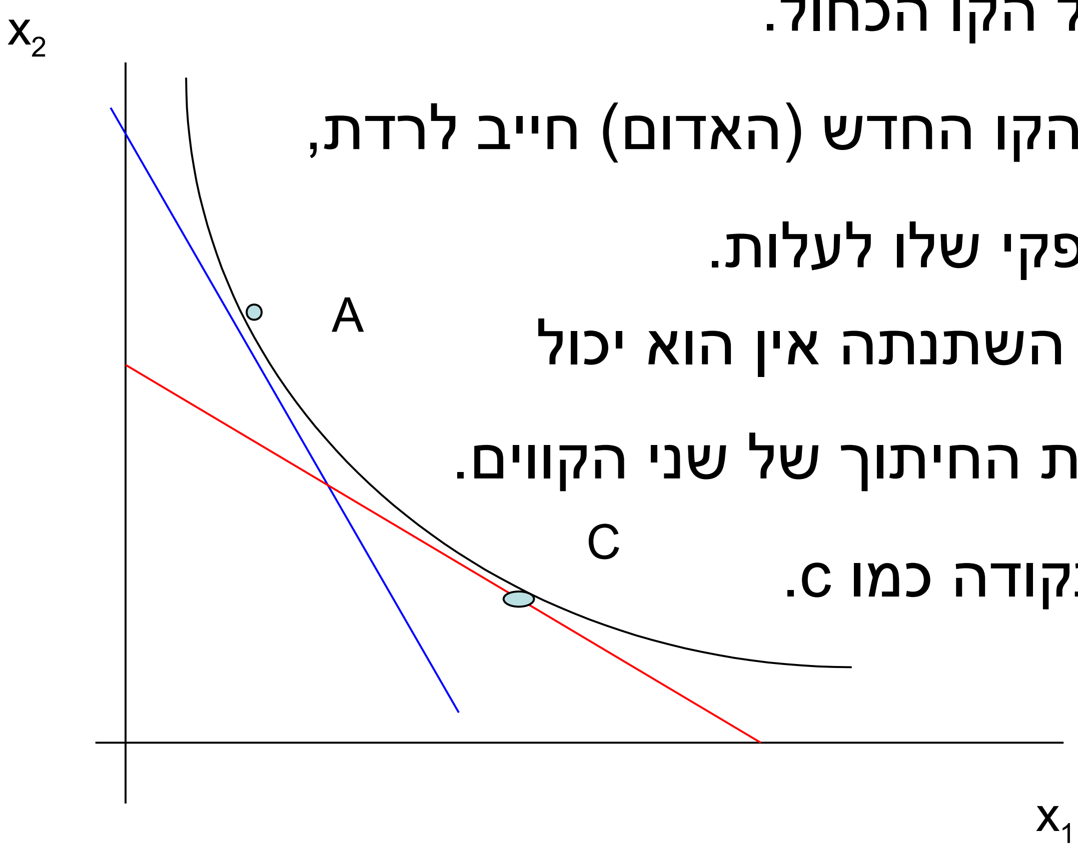
[illegible] " [illegible] " [illegible]

[illegible] " [illegible] " ב - A.

השוואת רווחה וכמויות בין שתי תקופות

- במצב המוצא קנה הפרט סל A במחירים P^0_1 ו – P^0_2 . תמורת דמי מנוי בסך F יכול הפרט לקנות את מוצר 1 במחיר $P^1_1<P^0_1$.
- הפרט אדיש בין שתי האפשרויות.
- ציירו מערכת העדפות וקווי תקציב המתאימה למצב מעין זה, והסבירו כיצד משתנות הכמויות הנבחרות בשתי התקופות.

השוואות רווחה בין שתי תקופות



- A במצב המוצא על הקו הכחול.
- החותך האנכי של הקו החדש (האדום) חייב לרדת,

  ולכן חייב החותך האופקי שלו לעלות.
- מכיוון שרווחתו לא השתנתה אין הוא יכול

  לבחור משמאל לנקודת החיתוך של שני הקווים.
- הוא חייב להיות בנקודה כמו c.

הנטל העודף של מס עקיף

- אנו רוצים להשוות את רווחת הצרכן והכמויות אותן הוא בוחר לקנות תחת שתי האלטרנטיבות הבאות:
- אלטרנטיבה 1
  - מס עקיף בשיעור t על צריכת X_2
  - נניח כי סך המס הנגבה הינו T.
- אלטרנטיבה 2
  - "מס גולגולת" בשיעור T. כלומר הורדת הכנסתו של הצרכן ב – T (ללא קשר לכמויות בהן יבחר).

הנטל העודף של מס עקיף - 1

- הצרכן יעדיף בדרך כלל את אלטרנטיבה 2.

- "פער הרווחה" בין שתי האלטרנטיבות מהווה את הנטל העודף של המס העקיף.

- מדוע יעדיף הצרכן את אלטרנטיבה 2?

הנטל העודף של מס עקיף - 2

בעיית הצרכן עם מס עקיף היא:

$Max\,U(x_1,x_2)$

S.T.

$p_1x_1+(p_2+t)\,x_2=m$

הצרכן בוחר סל (x^*_1,x^*_2) המקיים:

$MU_1/MU_2=p_1/(p_2+t)$

$p_1x^*_1+(p_2+t)\,x^*_2=m$

לאור זאת תקבולי המס הם: tx^*_2

בעיית הצרכן עם מס גולגולת היא:

$Max\,U(x_1,x_2)$

S.T.

$p_1x_1+p_2x_2=m-tx^*_2$

הצרכן בוחר סל (x^{**}_1,x^{**}_2) המקיים:

$MU_1/MU_2=p_1/p_2$

$p_1x^{**}_1+p_2x^{**}_2=m-tx^*_2$

האם ניתן לקנות את סל ה * במקרים במס של מס הגולגולת?

כן! מאחר ו– $p_1x^*_1+p_2x^*_2$ שווה לתקציב של ל– $m-tx^*_2$ שזהו ההכנסה הפנויה במס הגולגולת.

הנטל העודף של מס עקיף – דוג'

העדפות הפרט : $U(x_1,x_2)=x_1^{0.5}+2\,x_2^{0.5}$

המחירים וההכנסה: $p_1=2\ p_2=1\ m=330$

המס הינו בשיעור $t=2$ על מוצר 2.

הבעיה אותה פותר הפרט בהינתן המס העקיף הינה:

$$\text{Max } x_1^{0.5}+2x_2^{0.5}$$

$$\text{S.T. } 2x_1+(1+2)x_2=330$$

מפתרון בעיה זו מתקבל:

$$x_1=45\ \ x_2=80\ \ u=24.5967$$

כלומר סך המס הנגבה הינו: $2x80=160$

הנטל העודף של מס עקיף – דוג'

הבעיה אותה פותר הפרט בהינתן מס הגולגולת

בשיעור 160 הינה:

$$\text{Max } x_1^{0.5}+2x_2^{0.5}$$

$$\text{S.T. } 2x_1+x_2=330-160=170$$

מפתרון בעיה זו מתקבל:

$$x_1=85/9 \quad x_2=1360/9 \quad u=27.6586$$

שימו לב שעם מס גולגולת ניתן לקנות את הסל

.(45,80)

מדדי מחירים

- כיצד נכמת את עליית המחירים?
- אם כל המחירים עלו באותו שיעור של 10%, התשובה ברורה.
- מה נעשה כאשר מחירים שונים עולים בשיעור שונה?
- ניקח ממוצע של שינויי המחירים.
- מהם המשקלות? למדדים שונים מתאימים משקלות שונים.

מדד המחירים של לספר

מדד לספר משקלל את העליות לפי אחוז ההוצאה על
כל מוצר בתקופה 0 (סל המוצא).

לדוגמה נניח כי בתקופת המוצא , ההוצאה על מוצר
X_1 היוותה 40 % מסך ההוצאה , וההוצאה על מוצר
X_2 היוותה 60 % מסך ההוצאה , מחיר X_1 עלה ב
30 % ומחיר X_2 עלה ב 50 % אזי מדד לספר יינתן
על ידי :

$$P_L=0.4\text{x}1.3+0.6\text{x}1.5=1.42$$

כלומר המחירים לפי לספר עלו ב 42 % .

מדד המחירים של לספר -1

מדד לספר ב"אותיות"

המשקל שינתן לכל עליית מחיר יסומן ב - α^{i} ויוגדר על ידי:

$$\alpha^{i} = \frac{p_i^0 x_i^0}{p^0 x^0}$$

כאשר $p^j x^k = \sum_{i=1}^{n} p_i^j x_i^k$

מדד לספר ניתן על ידי:

$$P_L = \sum_{i=1\ldots n} \alpha_i \frac{p_i^1}{p_i^0} = \sum_{i=1\ldots n} \frac{p_i^0 x_i^0}{p_0 x_0} \frac{p_i^1}{p_i^0} = \frac{p^1 x^0}{p^0 x^0}$$

מדד זה "מוטה כלפי מעלה" הוא מגזים בעליית המחירים.

הגזמה זו נובעת מכך שהוא משקלל עליות לפי סל המוצא ומתעלם מהשינויים בדפוסי הצריכה שנובעים מעליית המחירים.

מדד לספר - פיצוי

פיצוי על עליית המחירים לפי לספר מתבצע על ידי

תוספת הכנסה בשיעור (P_L-1) אחוזים .

אם נחזור לדוגמה הקודמת , פיצוי לפי לספר פירושו

לתת לפרט תוספת יוקר של 42 % .

פרט עם הכנסה P^0X^0 העומד כעת מול מחירים P^1

ומקבל פיצוי לפי מדד לספר יקבל בסיכומו של דבר

את ההכנסה :

$$P^0X^0 + P^0X^0\left(\frac{P^1X^0}{P^0X^0} - 1\right) = P^1X^0$$

מתן פיצוי על עליית המחירים לפי לספר מאפשר

לפרט לקנות את הסל של תקופה 0 במחירי תקופה

1 . ברור לכן שפיצוי כזה מגדיל את רווחתו של

הפרט .

מדד לספר משיקולי "רווחה"

מדד לספייר נותן קירוב למדד משקולי "רווחה".

מתחילים מסל של תקופה O ושואלים מה היה הסל

המינימאלי בתקופה 1 שמאפשר לפרט לשמור על

את רמת הרווחה כמו בתקופה O.

התשובה לשאלה זו כמובן תלויה בהעדפות של

הפרט.

קירוב לתשובה ניתן על ידי את רמת הסל

שמאפשר לפרט לרכוש את הסל של תקופה O

בתקופה 1. הסל הזה עולה P^1X^0. ההסבר הוא

היחס $\frac{P^1X^0}{P^0X^0}$ הוא מדד המחירים של לספייר.

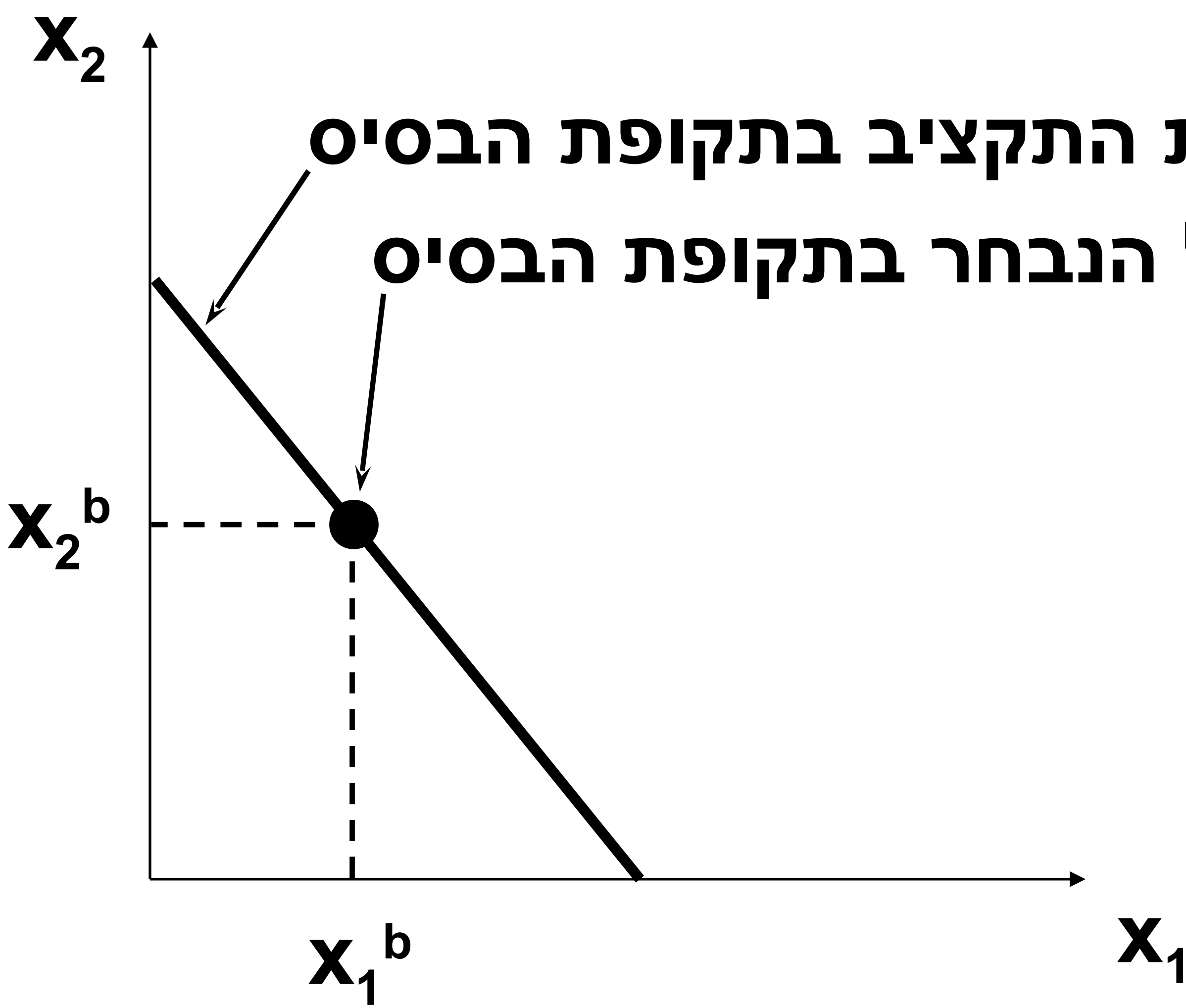
מכיוון שהסל P^1X^0 מאפשרת לפרט מעבר לכל

להגיע לרמת רווחה גבוהה יותר מזו של תקופה O,

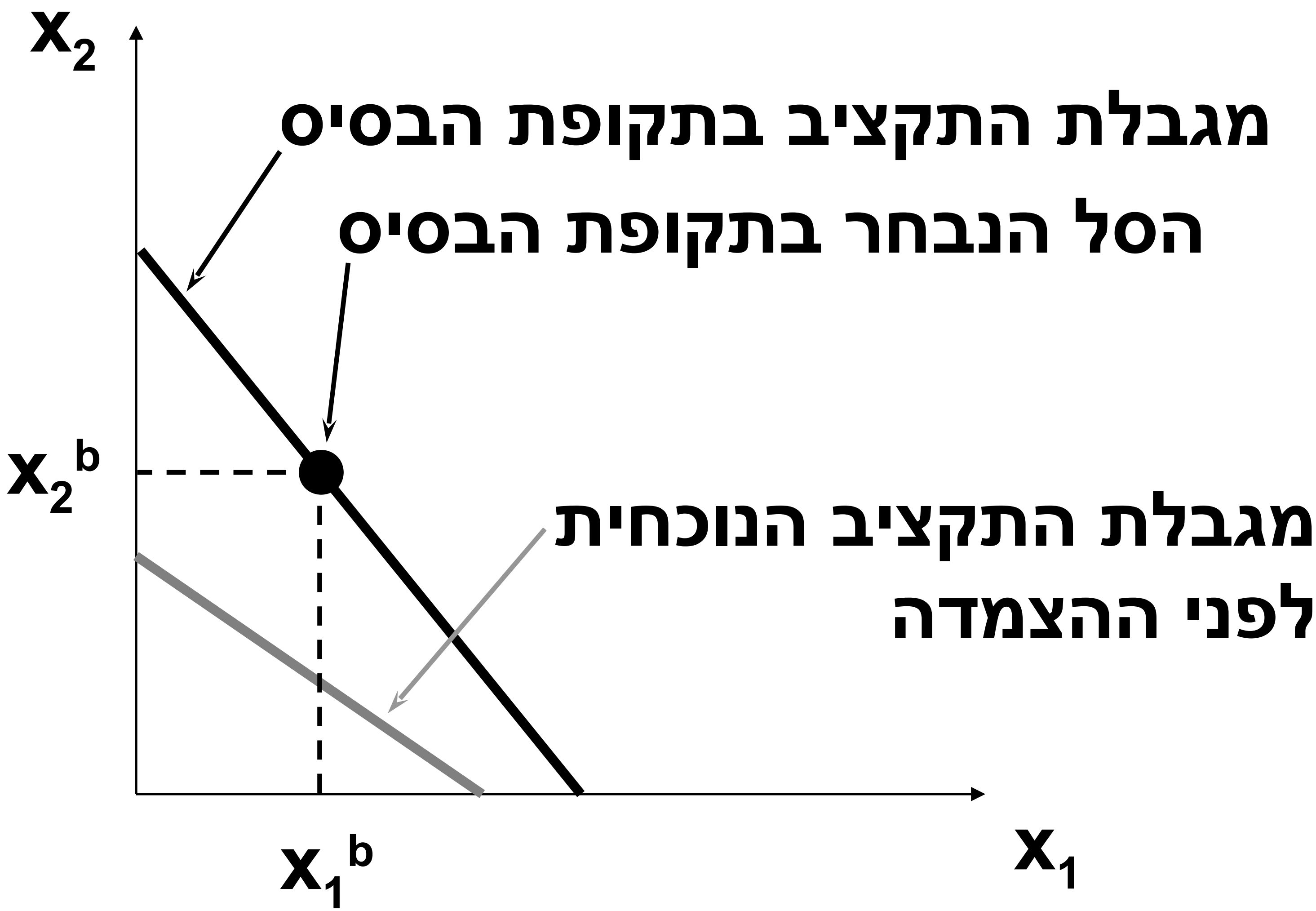
שברור אם כך **מדד לספייר מגזים בעליית המחירים**

ובפיצוי לפרט הנדרש.

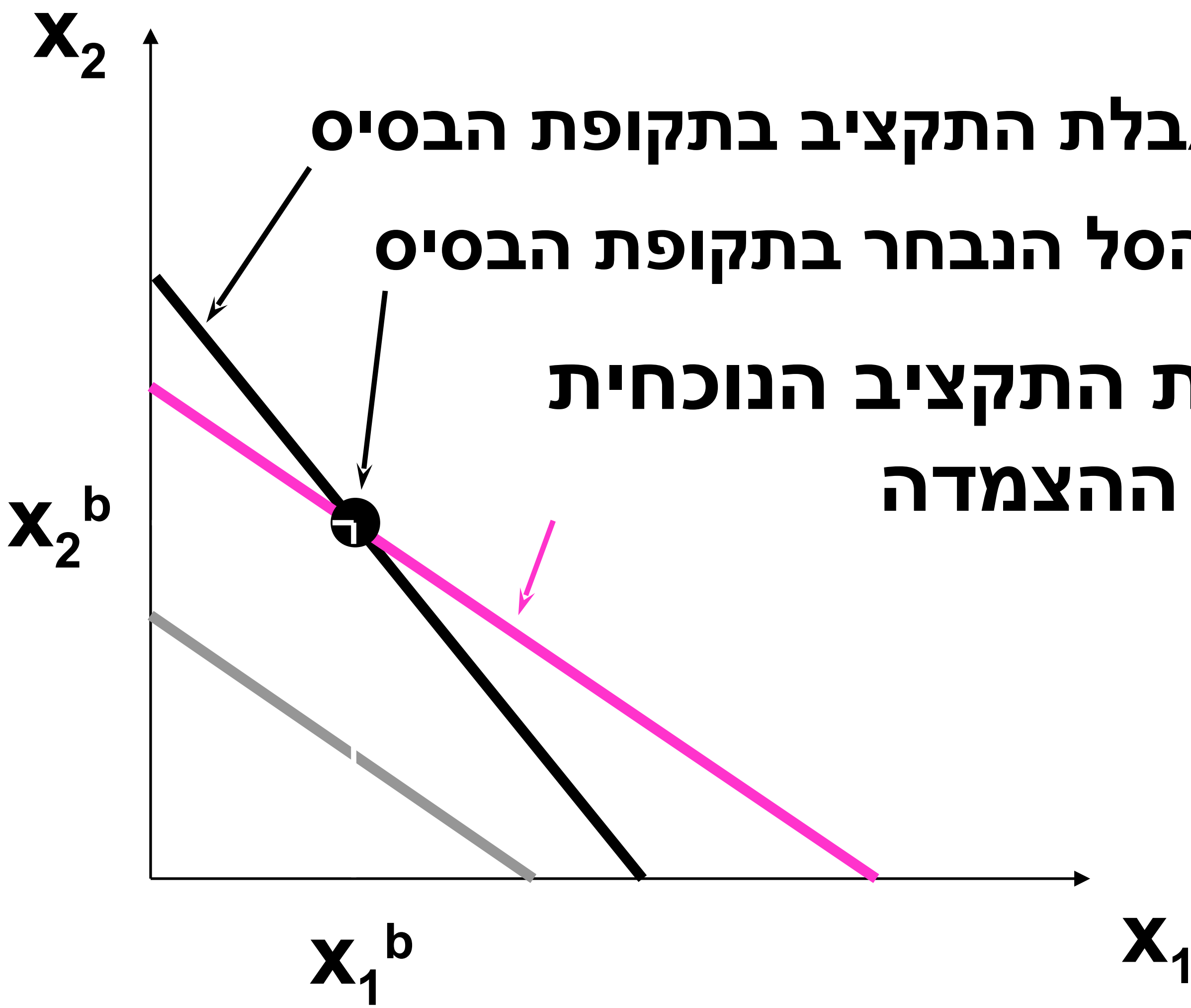
הצמדה מלאה – הצגה גרפית



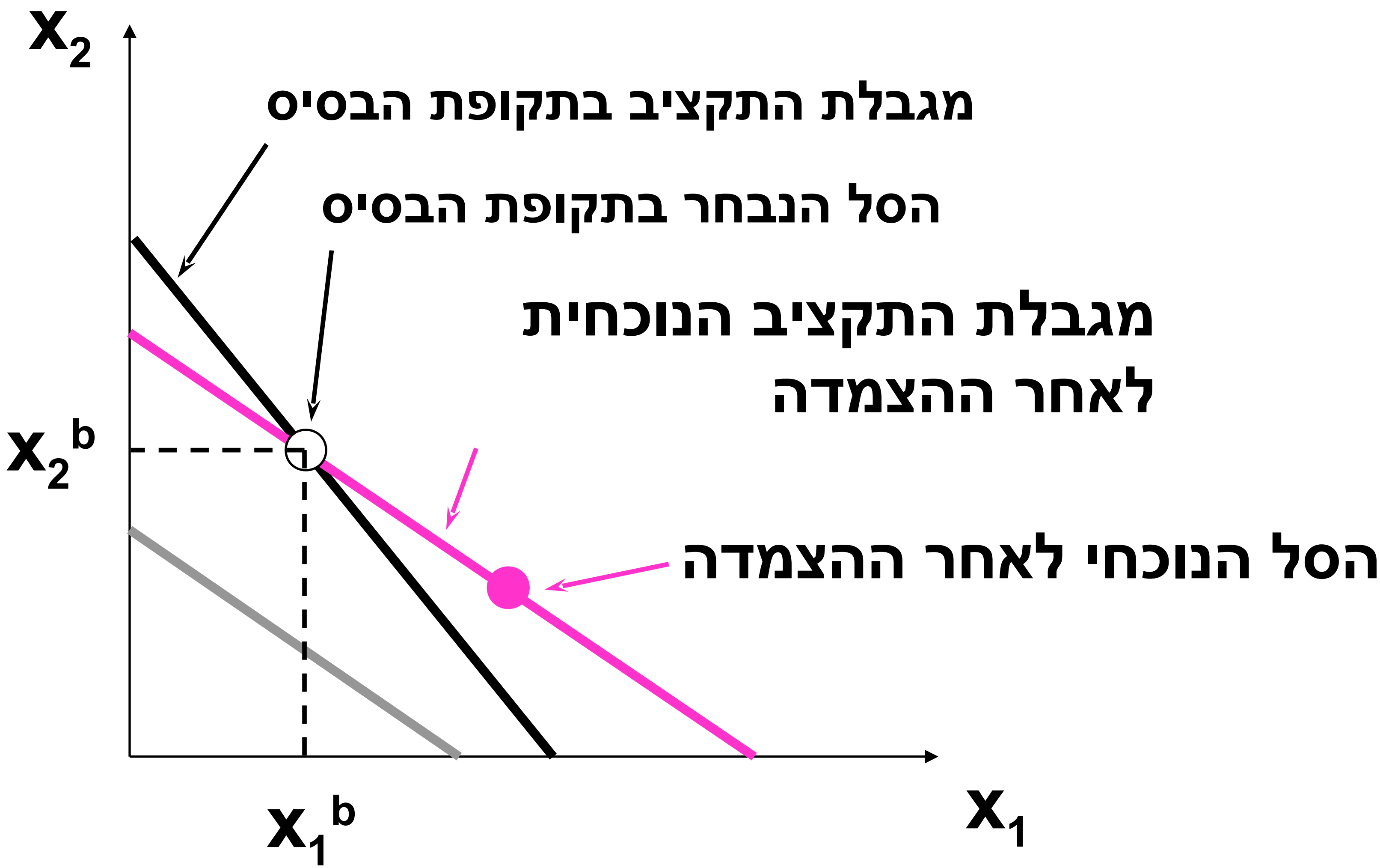
הצמדה מלאה – הצגה גרפית



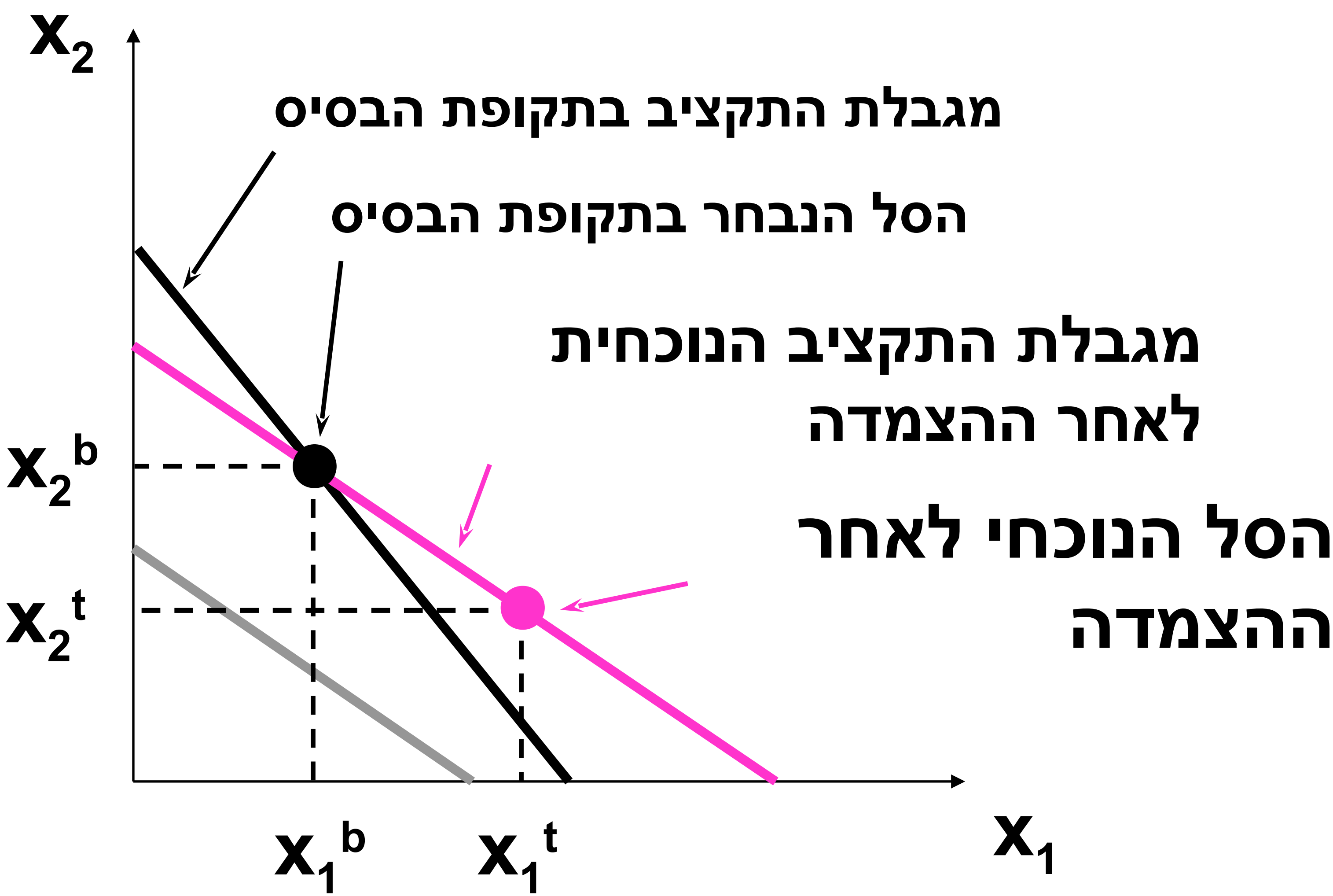
הצמדה מלאה – הצגה גרפית



הצמדה מלאה – הצגה גרפית

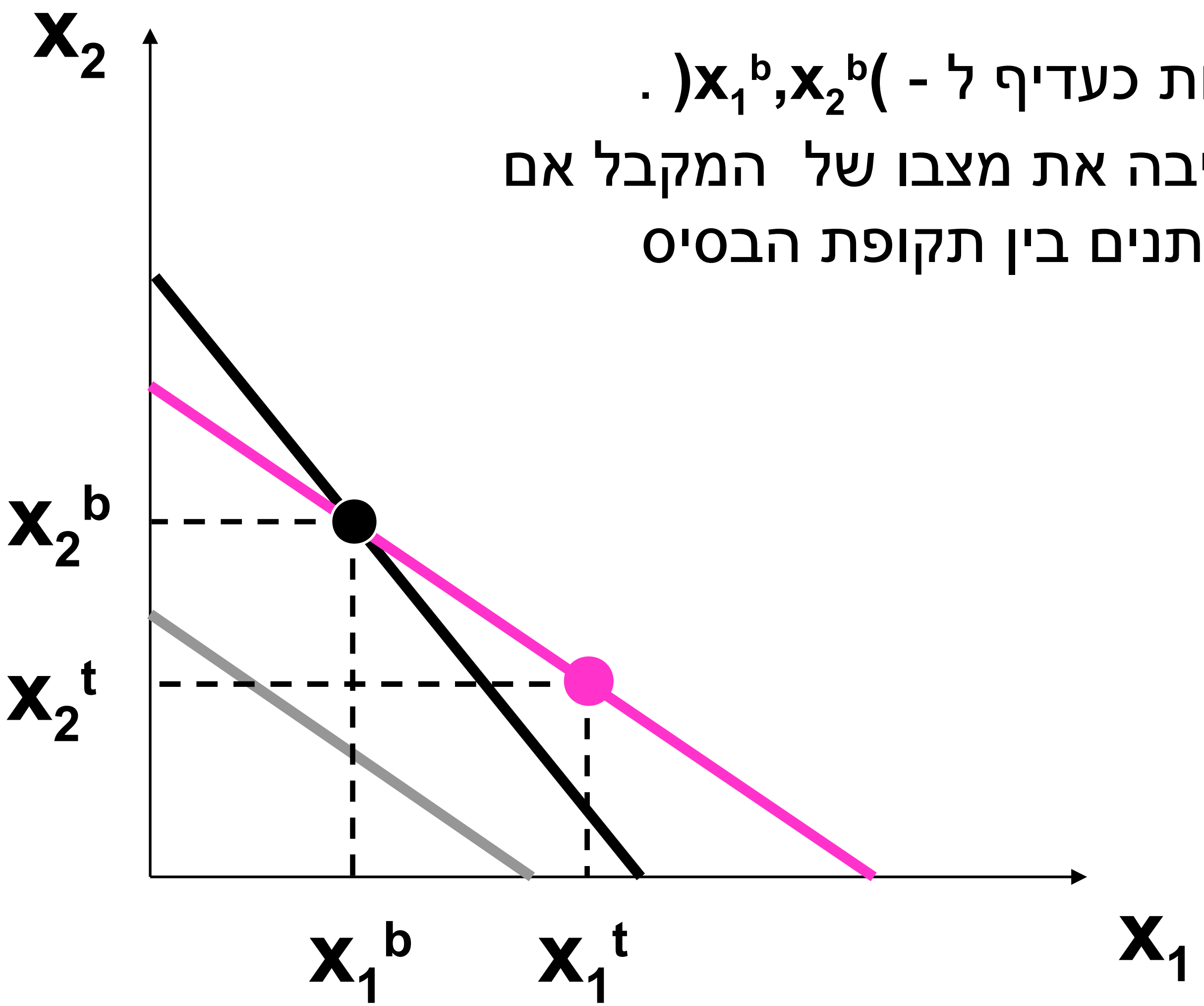


הצמדה מלאה – הצגה גרפית



הצמדה מלאה – הצגה גראפית

(x_1^t,x_2^t) מתגלה ישירות כעדיף ל - (x_1^b,x_2^b) .
לכן הצמדה מלאה מטיבה את מצבו של המקבל אם המחירים היחסיים משתנים בין תקופת הבסיס והתקופה הנוכחית.



מדד המחירים של פש

מדד המחירים של פש מסומן ב P_P ומוגדר על ידי:

$$P_P = \frac{P^1 X^1}{P^0 X^1}$$

מדד זה הינו ממוצע משוקלל של עליות המחירים

כאשר המשקל הניתן לעליית מחירו של מוצר i הינו

אחוז ההוצאה על מוצר זה בסל של תקופה 1 לפי

מחירי תקופה 0 .

מדד המחירים של פש - 1

מדד פשב"   אתיות"

המשקל שיינתן לכל עליית מחיר סומן ב - β_i ויוגדר

על ידי:
$$\beta_i = \frac{P_i^0 X_i^1}{P^0 X^1}$$

ומדד פש ניתן על ידי:

$$P_P = \sum_{i=1 \dots n} \beta_i \frac{P_i^1}{P_i^0} = \sum_{i=1 \dots n} \frac{P_i^0 X_i^1}{P^0 X^1} \frac{P_i^1}{P_i^0} = \frac{P^1 X^1}{P^0 X^1}$$

מדד זה "מטה כלפי מטה" הוא ממעיט בעליית

המחירים. המטה זו נובעת מכך שהוא משקלל

עליות לפי סל הסיום ומתעלם מהשינויים בפוסי

הצריכה שנובעים מעליית המחירים.

שימו לב שמדד פש אינו רלוונטי לשאלת הפיצוי

מאחר והוא מתייחס לסל שלאחר השינוי.

מדד פש משיקולי רווחה

נתחיל מהרווחה בתקופה 1 ושואלים מה יהיה הסל

המינימלי בתקופה 1 במחירי תקופה 0, שאפשר

לקנות ולשמור על אותה רמת רווחה כמו בתקופה 1.

התשובה לשאלה זו מסובכת והם עשויים של

הפט. קירוב לתשובה נותן די את הרמת

הסל שאפשר לקנות עם אותם של תקופה

1 ב במחירי תקופה 0. הסל הזה הוא P^0X^1.

הסבקושי יהיה הסות) הסל בתקופה 1

המדד מחירים $\frac{P^1X^1}{P^0X^1}$ (הסל המינימלי)

של פש. מכיוון שהסל P^0X^1 מאפשרת לפט

בדרך כלל להגיע לרמת רווחה גבוהה יותר מזו של

תקופה 1, הסל "המינימלי" שבו ראינו כי **מדד**

פש ממעיט בעליית המחירים.

מדד ההכנסה הכספית

מדד ההכנסה הכספית מסומן ב E ומוגדר על ידי:

$$E = \frac{P^1 X^1}{P^0 X^0}$$

מדד זה מראה מהו אחוז הגידול בהכנסה הנומינלית

בין שתי התקופות.

ניתן לראות כי:

$$Q_P = \frac{E}{P_L} \quad \text{ו -} \quad Q_L = \frac{E}{P_P}.$$

הקשר בין המדדים "דרך E"

ראינו כי $Q_P \geq 1$ מבטא שיפור במצב.

ניתן להבין זאת בצורה הבאה: $Q_P \geq 1$ מראה

שההכנסה הריאלית לא ירדה לפי מדד לספר,

שכאמור מגזים בעליית המחירים, ולכן חל שיפור

במצב.

לעומת זאת כאשר $Q_P < 1$ אין לדעת מה קרה לרווחת

הפרט, ואנו מבינים זאת כעת באופן הבא: $Q_P < 1$

אומר אמנם שההכנסה הריאלית לפי לספר ירדה, אך

מאחר שלספר מגזים בעליית המחירים אין הדבר

בהכרח גורר הרעה במצב הצרכן.

ניתן כמובן להגיע למסקנות דומות עבור Q_L.

דוגמה מספרית למדדים

פונקציית התועלת של הפרט נתונה על ידי :

$$U(X_1,X_2)= X_1+Ln\ (X_2)$$

בתקופה 0 מחירי X_1 ו – X_2 הם 1 והכנסת הפרט היא 4 .

בתקופה 1 מחירי X_1 ו – X_2 הם 3 ו – 7 בהתאמה .

חשבו את הסל אותו קונה הפרט בכל תקופה .

תשובה

בתקופה 0 הסל היה $X_1=3$ $X_2=1$

בתקופה 1 הסל היה $X_1=1/3$ $X_2=3/7$

מהו מדד לספ ? (תשובה 4)

מהו מדד פש ? (תשובה 5.25)

כל מדד מוטה לעומת " גודל אידיאלי " אך , ולכן בחישוב מספרי עבור כל בעיה ובעיה אין לדעת מה יהיה היחס בין שני המדדים .

מדדים ב – "עולם הרחב"

מדד נפוץ לעליית מחירים במאקרו כלכלה הנו ה –

GDP DEFLATOR

הניתן על ידי היחס $\frac{GDP \text{ in nominal prices}}{GDP \text{ in constant prices}}$.

במדד זה נכנסים הרבה יותר מחירים מאשר במדד

יוקר המחיה (CPI).

ה - CPI הינו מדד לספר המבוסס על סל ממוצע.

ה – CPI לעומת ה – GDP DEFLATOR גם

מתחשב במחיר מוצרי יבוא.

רוב מדדי המחירים המופיעים בפרסומי הלשכות

הסטטיסטיות הינם מדדי לספר.

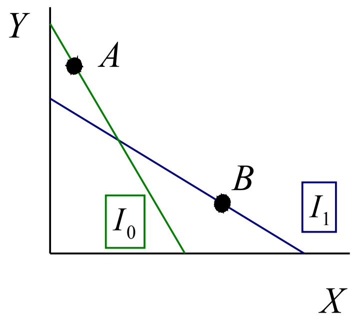
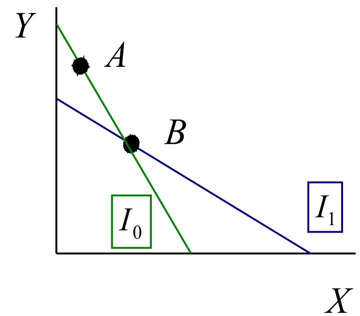
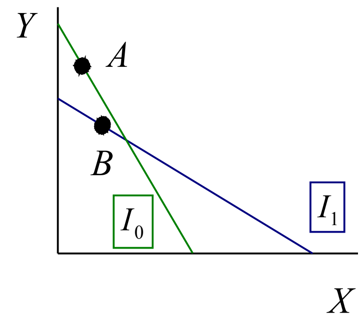
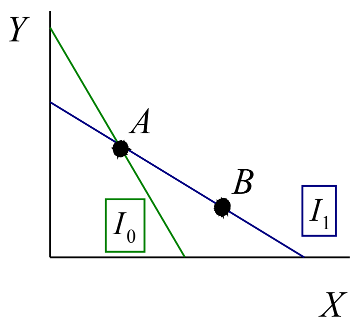
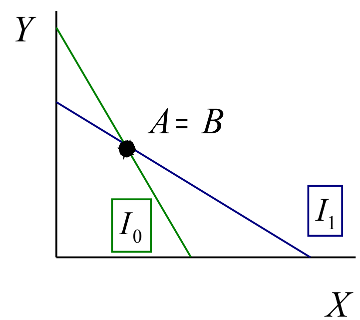
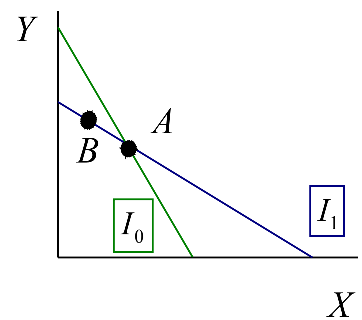
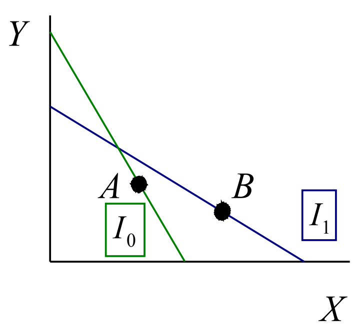
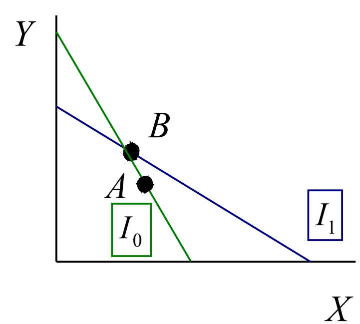
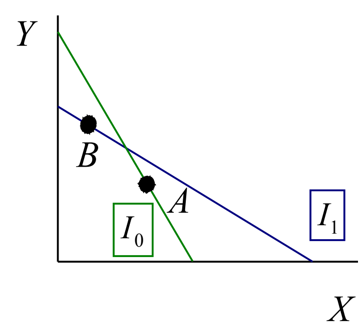
מדדים - הערות

- **נקודות "בעייתיות" במדדי מחירים**

- המדדים אינם מהווים פיצוי הולם עבור פרטים הצורכים סל שונה מהסל שעליו מבוסס המדד.

- כיצד מתייחסים להעלמות והוספת מוצרים?

- כיצד מתייחסים לשינויים במוצר (מחשבים אישיים)?

	$Q_L > 1$ (B לא אפשרי ב I_0)	$Q_L = 1$ (B אפשרי בדיוק ב I_0)	$Q_L < 1$ (B אפשרי ב I_0)
$Q_P < 1$ (A לא אפשרי ב-I_1)	לא ניתן לדעת  	הורע  	הורע 
$Q_P = 1$ (A אפשרי בדיוק ב I_1)	הוטב  	אותו סל (פונקצית מינימום)  	סתירה 
$Q_P > 1$ (A אפשרי ב-I_1)	הוטב  	סתירה  	סתירה 

Cost-of-living indices

- An index based on CV:

What's the change in cost of hitting the base welfare level υ?

$$\frac{C(\mathbf{p}', \upsilon)}{\ldots\ \upsilon)}$$

All summations are from 1 to n.

$\geq C(\mathbf{p}', \upsilon)$

- An approximation:

$$I_{\mathrm{L}} = \frac{\Sigma_i p'_i x_i}{\Sigma_i p_i x_i}$$

$= C(\mathbf{p}, \upsilon)$

What's the change in cost of buying the base consumption bundle $\mathbf{x}$?

This is the *Laspeyres* index – the basis for the Retail Price Index and other similar indices.

$$\geq I_{\mathrm{CV}} \ .$$

- An index based on EV:

What's the change in cost of hitting the new welfare level υ' ?

$$I_{\mathrm{EV}} = \frac{C(\mathbf{p}', \upsilon')}{C(\mathbf{p}, \upsilon')}$$

What's the change in cost of buying the new consumption bundle $\mathbf{x}'$?

$= C(\mathbf{p}, \upsilon')$

This is the *Paasche* index

- An approximation:

$$I_{\mathrm{P}} = \frac{\Sigma_i p'_i x'_i}{\Sigma_i p_i x'_i}$$

$\geq C(\mathbf{p}, \upsilon')$

$$\leq I_{\mathrm{EV}} \ .$$