תשואה לגודל ומקסום רווחים
הביקוש לגורמי ייצור
עודף היצרן

תשואה לגודל ומקסום רווחים

המקרה הזה הוא מקרה של תשואה יורדת לגודל

במקרה זה בעיית מקסום רווחים גוררת כי כל

פירמה תזכה ברמת רווחים חיובית ממש .

דוגמא ראינו בדוגמאות קודמות .

המקרה היותר מעניין הוא של תשואה קבועה לגודל .

במקרה כזה העלות לייצור יחידה (שתלויה כמובן

בטכנולוגיה הספציפית ובמחירי גורמי הייצור)

קובעת את כל מבנה העלויות . העלות לייצור כל

כמות q נתונה על ידי $C(1)q$.

הסיבה לכך היא שהדרך הזולה ביותר לייצר את q

היא להכפיל את הכמויות ששימשו לייצור יחידה

אחת פי q.

תק"ל ומקסום רווחים

אם מחיר התפוקה (p) גבוה מהעלות ליצור יחידה ,
אין פתרון לבעית מקסום הרווחים והפירמה תשאף
לייצר ולהעסיק כמויות אינסופיות .

במצב זה (ואז כבר שיקולים של פסי רב)
שינויים במחירים יביאו לכך , שבסיכומו של דבר
רווחי הפירמה יהיו אפס , כלומר העלות לייצור יחידה
תגלם עם מחיר התפוקה .

אם מחיר התפוקה שווה לעלות לייצור יחידה , רווחי
הפירמה יהיו אפס ויהיו אינסוף תוכניות ייצור
שיניבו רווח זה .

אם מחיר התפוקה נמוך מהעלות לייצור יחידה ,
הפירמה תייצר כמות אפס ותרוויח אפס .

תק"ל ומקסום רווחים - דוגמה

נניח כי פונקציית הייצור היא :

$$F(z_1, z_2) = z_1^{0.25} z_2^{0.75}$$

בעיית מינימום העלות היא :

$$\text{Min } w_1 z_1 + w_2 z_2$$

S.T.

$$z_1^{0.25} z_2^{0.75} \geqslant q$$

שפתרונה נתון על ידי פתרון שתי משוואות :

(תנאי השקה ומגבלת תפוקה)

$$\frac{z_2}{3z_1} = \frac{w_1}{w_2}$$

$$z_1^{0.25} z_2^{0.75} = q$$

מהמשוואה הראשונה מתקבל כי :

$$z_2 = \frac{3w_1 z_1}{w_2}$$

hence

$$z_1^{0.25} \left(\frac{3w_1 z_1}{w_2} \right)^{0.75} = q$$

תק"ל ומקסום רווחים – דוגמה - 1

וכן :

$$z_1(w_1, w_2, q) = \left(\frac{w_2}{3w_1}\right)^{0.75} q$$

$$z_2(w_1, w_2, q) = \left(\frac{3w_1}{3w_2}\right)^{0.25} q$$

ופונקציית ההוצאה מתקבלת מהצבת הפתרון לתוך

פונקציית המטרה $w_1z_1+w_2z_2$

והיא :

$$c(w_1, w_2, q) =$$
$$(3^{-0.75} + 3^{0.25})w_1^{0.25} w_2^{0.75} q =$$
$$= 1.7548 \quad w_1^{0.25} w_2^{0.75} q$$

כלומר העלות ליצור יחידה היא קבועה ושווה ל —

$$1.7548 \quad w_1^{0.25} w_2^{0.75}$$

וזו העלות השולית שבמקרה הזה היא גם

העלות הממוצעת .

תק"ל ומקסום רווחים – דוגמה - 2

אם מחיר התפוקה p גדול מ - $1.7548\ w_1^{0.25}\, w_2^{0.75}$

אין פתרון לבעיית מקסום הרווחים, הפירמה תשאף לייצר אינסוף.

אם מחיר התפוקה p קטן מ - $1.7548\ w_1^{0.25}\, w_2^{0.75}$

הפירמה תפסיד בכל רמת ייצור חיובית ותבחר לא לייצר כלל ולהרוויח אפס.

אם מחיר התפוקה p שווה ל - $1.7548\ w_1^{0.25}\, w_2^{0.75}$

הפירמה תרוויח אפס בכל רמת ייצור חיובית ותהיה אדישה בין כל צירופי גורמי הייצור שמקיימים:

$$\frac{z_2}{3z_1} = \frac{w_1}{w_2}$$

תע"ל ומקסום רווחים

המקרה של תשואה עולה לגודל הינו מקרה של "כשלון שוק" (מונח של סמסטר ב') כלומר מצב בו שוק תחרותי אינו יכול לתפקד.

נזכור כי בשוק תחרותי הפירמה מתייחסת למחירי גורמי הייצור והתפוקה כנתונים. פירמה עם תשואה עולה לגודל לא תוכל במקרה כזה למקסם את רווחיה ותשאף לייצר אינסוף, רווחיה ילכו ויגדלו ככל שתייצר יותר.

תע"ל ומקסום רווחים - דוגמה

נניח כי פונקציית הייצור היא : $F(z_1, z_2) = z_1 z_2$

בעיית מינימום העלות היא :

$$\text{Min } w_1 z_1 + w_2 z_2$$

S.T.

$$z_1 z_2 \geq q$$

שפתרונה ניתן על ידי פתרון שתי המשוואות :

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{w_1}{w_2}$$ (תנאי השקה ומגבלת התפוקה)

$$z_1 z_2 = q$$

מהמשוואה הראשונה מתקבל כי :

$$z_2 = \frac{w_1 z_1}{w_2}$$

hence

$$z_1 \left(\frac{w_1 z_1}{w_2} \right) = q$$

תע"ל ומקסום רווחים – דוגמה - 1

ולכן :

$$z_1(w_1, w_2, q) = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{0.5} q^{0.5}$$

$$z_2(w_1, w_2, q) = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{0.5} q^{0.5}$$

ופונקציית ההוצאות מתקבלת מהצבת הפתרון לתוך

פונקציית המטרה $w_1z_1+w_2z_2$

והיא :

$$c(w_1, w_2, q) = 2w_1^{0.5} w_2^{0.5} q^{0.5}$$

הביטוי עבור הרווח של הפירמה נתון על ידי :

$$pq - 2w_1^{0.5} w_2^{0.5} q^{0.5}$$

שואף לאינסוף כש q – שואף לאינסוף .

עקומת ההיצע עבור שלושת תחומי התשואה

לגודל : ...

מה קורה אם מנסים למקסם רווחים ישירות?

לכל המסקנות אליהן הגענו במשפטים הקודמים ניתן להגיע גם ישירות מבעיית מקסום הרווחים מבלי לעבור דרך פונקציית ההוצאות.

אחד היתרונות במעבר דרך פונקציית ההוצאות הינו שפונקציה זו מוגדרת גם במקרים של תשואה עולה לגודל, ופונקציה זו משחקת תפקיד חשוב במדיניות הפיקוח על ענפים עם תשואה עולה לגודל בהם נוצר לעיתים קרובות מונופול טבעי (שוב בסמסטר ב').

בניסוח בעיית מקסום הרווחים עבור טכנולוגיה עם תשואה עולה לגודל נראה שתנאי סדר שני לא מתקיימים, והנקודה בה מתקיימים תנאי הסדר הראשון הינה למעשה נקודת מינימום רווחים ולא מקסימום רווחים.

מה קורה אם מנסים למקסם רווחים ישירות - 1

בניסוח בעיית מקסום הרווחים עבור טכנולוגיה עם תשואה קבועה לגודל נראה שתנאי הסדר הראשון מטילים למעשה תנאי על הפרמטרים (מחירי גורמי הייצור והתפוקה) של הבעייה ואינם מאפשרים לפתור עבור כמויות של גורמי ייצור ורמות תפוקה.

התנאי על הפרמטרים הינו למעשה התנאי שמחיר התפוקה שווה לעלות לייצור יחידה.

חזרה לדוגמת התק"ל

נחזור לדוגמה עם: $F(z_1,z_2)=z_1^{0.25}\, z_2^{0.75}$

בעיית מקסימום הרווחים היא:

$$\mathrm{Max}_p \quad z_1^{0.25}\, z_2^{0.75} - w_1 z_1 - w_2 z_2$$

שפתרונה ניתן על ידי פתרון שתי המשוואות:

$$(VMP_i = w_i \quad i=1,2) \qquad \begin{aligned} 0.25\, p z_1^{-0.75} z_2^{0.25} &= w_1 \\ 0.75\, p z_1^{0.25} z_2^{-0.75} &= w_2 \end{aligned}$$

מחלוקת שתי המשוואות הראשונות מתקבל כי:

$$\frac{z_2}{3z_1} = \frac{w_1}{w_2}$$

hence

$$z_2 = \frac{3 w_1 z_1}{w_2}$$

הצבה לתוך המשוואה הראשונה גוררת:

חזרה לדוגמה - 1

$$0.25 p z_1^{-0.75}\left(\frac{3w_1 z_1}{w_2}\right)^{0.75} = w_1$$

thus

$$0.25 p = 3^{-0.75} w_1^{0.25} w_2^{0.75}$$

כלומר לא ניתן לפתור עבור כמויות גורמי ייצור
יחידות והתנאי המתקבל הינו:

$$p = 1.7548 w_1^{0.25} w_2^{0.75}$$

כלומר מחיר תפוקה שווה לעלות לייצור יחידה.

חזרה לדוגמה משבוע שעבר

עבור הפירמה עם פונקציית ייצור $z_1^{0.5} z_2^{0.3}$
מצאנו את מערכת הביקוש היצע הבאה:

$$z_1(w_1, w_2, p) = 0.0145\, p^5 w_1^{-3.5} w_2^{-1.5}$$

and

$$z_2(w_1, w_2, p) = 0.0087\, p^5 w_1^{-2.5} w_2^{-2.5}$$

$$q(w_1, w_2, p) = 0.029\, p^4 w_1^{-2.5} w_2^{-1.5}$$

ביקושים והיצעים אלו הינם של הטווח הארוך בו ניתן לשנות את כמויות כל גורמי הייצור.

גורמי ייצור ותפוקה
סטאטיקה השוואתית

השפעת המחיר העצמית של גורם ייצור i הינה

$\frac{\partial z_i}{\partial w_i}$ והינה אי חיובית.

השפעת המחיר הצולבת הינה $\frac{\partial z_i}{\partial w_j}$ ובמקרה של

שני גורמי ייצור סימנה חיובי אם גורמי הייצור

מתחרים ושלילי אם הם מסייעים.

$$\frac{\partial z_i}{\partial w_j} \leq 0 \quad if \quad F_{12} > 0$$

$$\frac{\partial z_i}{\partial w_j} \geq 0 \quad if \quad F_{12} < 0$$

גורמי ייצור ותפוקה

סטאטיקה השוואתית - 1

מהן ההשפעות הצולבות של מחיר גורם ייצור ומחיר

תפוקה ? כיוון ההשפעות תלוי בתכונות הנחיתות של

גורם הייצור .) גורם ייצור הינו נחות אם הכמות

המבוקשת ממנו יורדת כשהתפוקה עולה)

$$\frac{\partial z_i}{\partial p} \geq 0 \quad \text{if} \quad z_i \text{ is not inferior}$$

$$\frac{\partial z_i}{\partial p} \leq 0 \quad \text{if} \quad z_i \text{ is inferior}$$

$$\frac{\partial q}{\partial w_i} \leq 0 \quad \text{if} \quad z_i \text{ is not inferior}$$

$$\frac{\partial q}{\partial w_i} \geq 0 \quad \text{if} \quad z_i \text{ is inferior}$$

הצגת הפתרון במישור עקומות ה - VMP השוואה בין הטווח הארוך והקצר

- נתווה שני מערכות צירים, אחת עבור z_1 והשנייה עבור z_2.
- לאורך עקומת ה – VMP בכל מערכת קבועים מחיר התפוקה והכמות המועסקת מגורם הייצור השני.
- רמות גורמי הייצור נקבעות סימולטאנית.
- נניח שמחירו של גורם ייצור 1 עלה.
- בטווח הקצר לא ניתן לשנות את הכמות המועסקת מגורם הייצור השני.
- כתוצאה אנו זזים על עקומת ה VMP המקורית ורואים מהו השינוי בביקוש לגורם ייצור 1 בטווח הקצר.

הצגת הפתרון במישור עקומות ה - VMP השוואה בין הטווח הארוך והקצר - 1

- בטווח הארוך ניתן לשנות גם את כמות גורם ייצור 2. הירידה בכמות גורם ייצור 1 מורידה (אם הם מסייעים) את התפוקה השולית של גורם ייצור 2, ולכן נוצרת עקומת VMP_2 חדשה משמאל לעקומה המקורית. הכמות של גורם ייצור 2 קטנה וזה גורר VMP_1 חדש משמאל לקודם וירידה חזקה יותר של גורם ייצור 1, וכן הלאה עד שמגיעים לצירוף גורמי הייצור החדש.
- ניתן לעשות דיון דומה עבור גורמי ייצור מתחרים.
- המסקנה הסופית בשני המקרים היא שהשינוי בטווח הארוך חריף יותר מאשר בטווח הקצר.
- תגיעו למסקנות דומות עבור שינויים במחיר התפוקה.
- כל אלו דוגמאות לתופעה של עיקרון Le Chatelier

גמישויות בטווח הארוך והקצר - דוגמה

בדוגמה משיעור שעבר חישבנו את ביקושי והיצע הפירמה שפונקציית הייצור שלה נתונה על ידי :

$$F(z_1, z_2) = z_1^{0.5} z_2^{0.3}$$

קיבלנו :

$$z_1(w_1, w_2, p) = 0.0145 \quad p^5 w_1^{-3.5} w_2^{-1.5}$$

$$z_2(w_1, w_2, p) = 0.0087 \quad p^5 w_1^{-2.5} w_2^{-2.5}$$

$$q(w_1, w_2, p) = 0.029 \quad p^4 w_1^{-2.5} w_2^{-1.5}$$

לאור זאת בטווח הארוך גמישות ביקוש לגורם ייצור 1 ביחס למחירו היא -3.5 , וגמישות ביקוש לגורם ייצור 1 ביחס למחיר התפוקה היא 5 .

נניח כי בטווח הקצר $z_2=1$.

מטרת הפירמה :

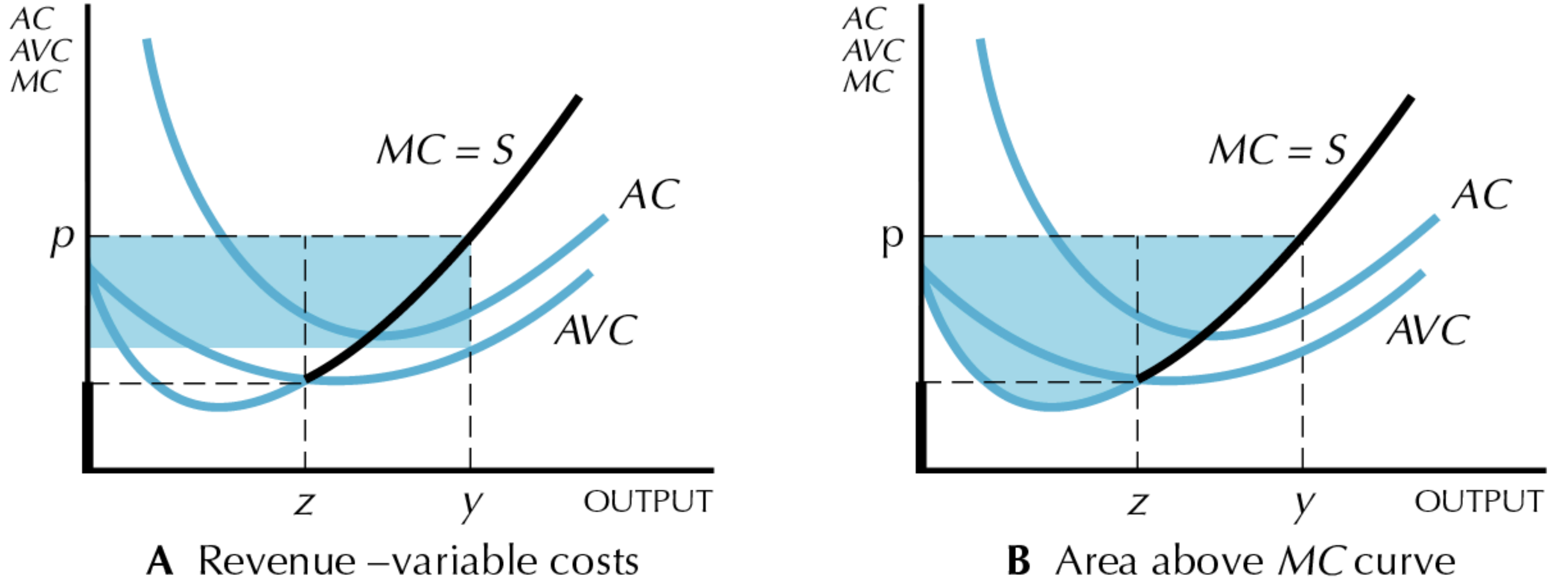
$$\text{Max}_{z}\; p z_1^{0.5} - w_1 z_1$$

תנאי סדר ראשון הינו : $0.5 p z_1^{-0.5} = w_1$

מתקבל : $z_1(w_1, p) = p^2/(4 w_1^2)$

כלומר בטווח הקצר גמישות ביקוש לגורם ייצור 1 ביחס למחירו היא -2 , וביחס למחיר התפוקה היא 2 .

בבית, חשבו בטווח הקצר גמישות עבור חזקה 0.3 , החזקה הנבחנה היא זו המופיעה כאן כלומר 0.5.



שלוש הצגות שקולות של
עודף היצרן

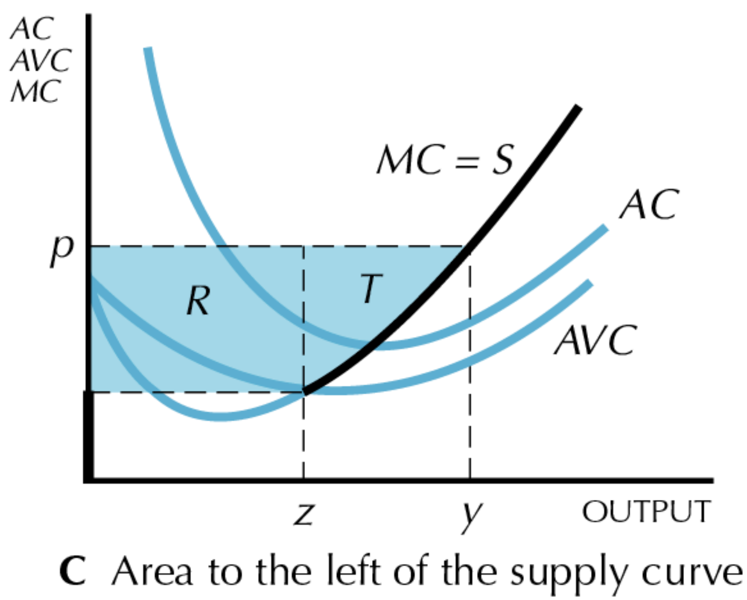


Figure 22.5 Producer's surplus