גמישות הביקוש

גמישות באופן כללי

תהי פונקצייה $y = f(x)$. עבור $x_0 \neq 0$ ו-$\Delta x \neq 0$ נגדיר:

$$y_0 = f(x_0)$$
$$y_0 + \Delta y = f(x_0 + \Delta x)$$
$$E(x_0,\ \Delta x) = \frac{\frac{\Delta y}{y_0}}{\frac{\Delta x}{x_0}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}\frac{x_0}{y_0}$$

הגמישות מוגדרת כך:

$$\eta(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} E(x_0,\ \Delta x) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\frac{x_0}{y_0} = f'(x_0)\frac{x_0}{y_0}$$

גמישות הביקוש

עבור פונקציית ביקוש $x^*\left(p_x, p_y, I\right)$ ניתן להגדיר גמישויות ביחס לכל אחד מהמשתנים של הפונקצייה.

גמישות הביקוש העצמית (ביחס למחיר המצרך עצמו):

$$\eta_{p_x} = \frac{\partial x^*}{\partial p_x} \times \frac{p_x}{x^*}$$

גמישות הביקוש הצולבת (ביחס למחיר מצרך אחר):

$$\eta_{p_y} = \frac{\partial x^*}{\partial p_y} \times \frac{p_y}{x^*}$$

גמישות הביקוש ביחס להכנסה:

$$\eta_I = \frac{\partial x^*}{\partial I} \times \frac{I}{x^*}$$

דוגמא

$$x^*\left(p_x, p_y, I\right) = \frac{2I}{2p_x + 3p_y} = 2I\left(2p_x + 3p_y\right)^{-1}$$
$$\frac{\partial x^*}{\partial p_x} = -4I\left(2p_x + 3p_y\right)^{-2}$$
$$\eta_{p_x} = \frac{\partial x^*}{\partial p_x} \times \frac{p_x}{x^*} = \frac{-4I\left(2p_x + 3p_y\right)^{-2} p_x}{2I\left(2p_x + 3p_y\right)^{-1}} = -2\left(2p_x + 3p_y\right)^{-1} p_x = -\frac{2p_x}{2p_x + 3p_y}$$

$$\eta_{p_y} = \frac{\partial x^*}{\partial p_y} \times \frac{p_y}{x^*} = \frac{-6I\left(2p_x + 3p_y\right)^{-2} p_y}{2I\left(2p_x + 3p_y\right)^{-1}} = -3\left(2p_x + 3p_y\right)^{-1} p_y = -\frac{3p_x}{2p_x + 3p_y}$$

$$\eta_x = \frac{\partial x^*}{\partial I} \times \frac{I}{x^*} = \frac{2\left(2p_x + 3p_y\right)^{-1} I}{2I\left(2p_x + 3p_y\right)^{-1}} = 1$$

תכונות של גמישות הביקוש

ניתן לראות בדוגמא לעיל כי:

$$\eta_{p_x} + \eta_{p_y} + \eta_I = 0$$

תוצאה זו איננה מקרית, אלא נכונה באופן כללי. כזכור פונקציית הביקוש הומוגנית מדרגה אפס, כלומר, עבור כל $t > 0$ מתקיים:

$$x^*\left(tp_x,\, tp_y,\, tI\right) = x^*\left(p_x,\, p_y,\, I\right)$$

אי לכך:

$$\frac{\mathrm{d}x^*\left(tp_x,\, tp_y,\, tI\right)}{\mathrm{d}t} = 0$$

ובפרט:

$$\left.\frac{\mathrm{d}x^*\left(tp_x,\, tp_y,\, tI\right)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=1} = 0$$

נחשב, ע"י גזירה בשרשרת:

$$0 = \left.\frac{\mathrm{d}x^*\left(tp_x,\, tp_y,\, tI\right)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=1} = \frac{\partial x^*}{\partial p_x} p_x + \frac{\partial x^*}{\partial p_y} p_y + \frac{\partial x^*}{\partial I} I = \left(\eta_{p_x} + \eta_{p_y} + \eta_I\right) x^*$$