

# סטטיקה השוואתית

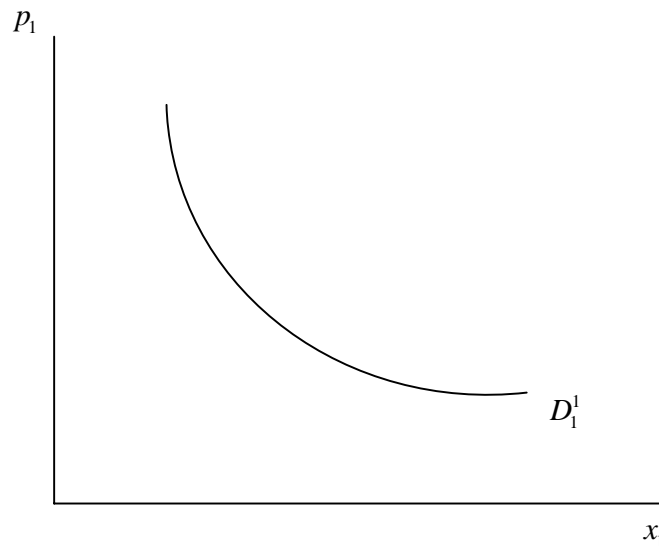
צקומת הביקוש ביחס למחיר הצמחי, צקומת הביקוש הצולפת, וצקומת

אנלף:

צקומת הביקוש ביחס למחיר הצמחי:

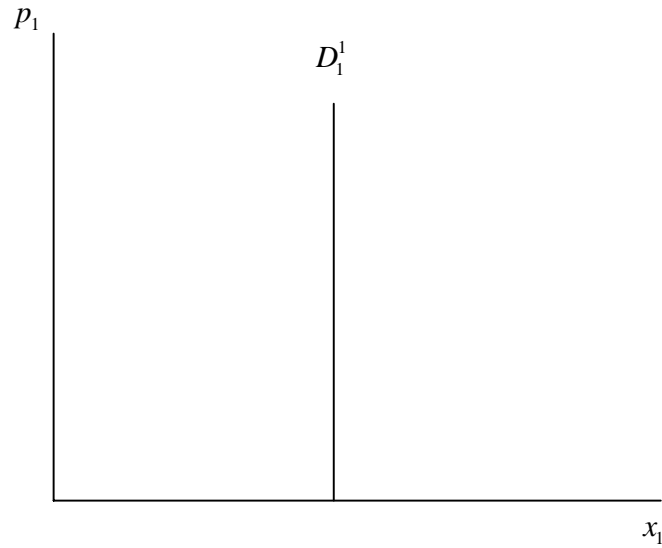
מזרק רזוף:  $-\frac{\partial x_i(\cdot)}{\partial p_i} \leq 0$  - אט מחיר מזרק צולפה הכמות המוקשת ממנו

אינה צולפה, (כלומר יורדת או נותרת ללא שינוי).



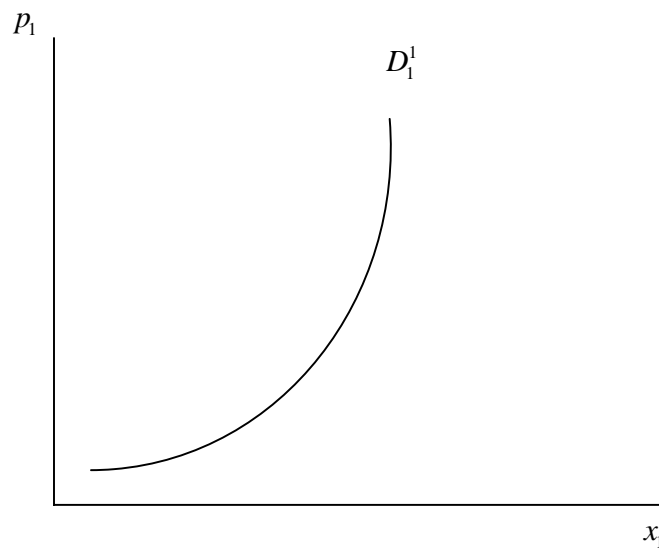
סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

א1:



מזרק טיפון:  $-\frac{\partial x_i(\cdot)}{\partial p_i} > 0$  - אט מחיר מזרק צולף הכמות המבוקשת ממנו

צולף.



סטטיסטיקה השוואתית / די"ר רונן בר-אל ודי"ר יוסי טובול

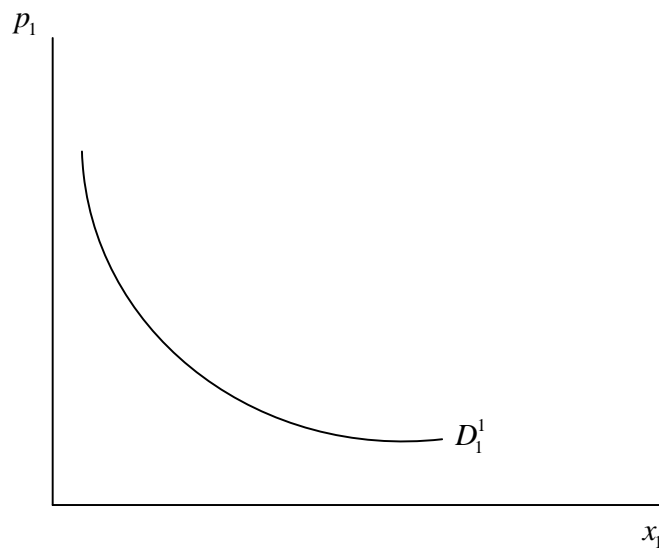
**פונקציות תוצלת מסיבוס קוב-דאאלאס:**

$$u(x_1, x_2) = x_1 x_2 \Rightarrow x_1^* = \frac{I}{2p_1} \quad (1)$$

**עקומת הביקוש ביחס למחיר הצמאי:**

(1) מאחר וצל הציר האנכי נמצא מחירו של מצר 1 נבטא את משוואה

$$\text{באופן הבא: } p_1 = \frac{I^0}{2x_1}, \text{ ונאייר:}$$

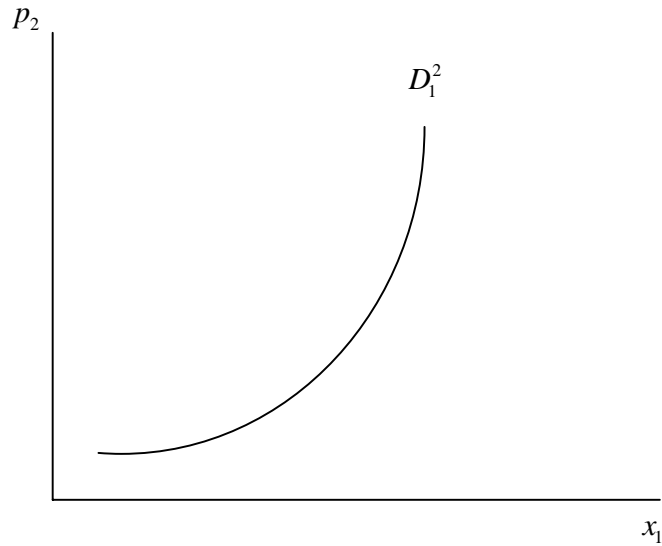


מצר 1 ראי.

**צקואת הביקוש הצולפת:**

מצרק i תחלופי למצרק j:  $\frac{\partial x_i(\cdot)}{\partial p_j} > 0$  - אט מחירו של מצרק j צולפה,

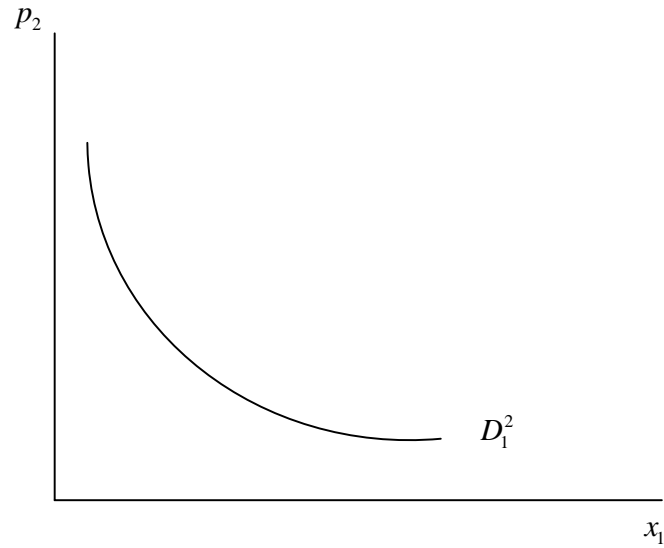
צולפה הכמות המוקשת למצרק i.



סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

מצרך i מפיט למצרך j:  $-\frac{\partial x_i(\cdot)}{\partial p_j} < 0$  - אם מחירו של מצרך j צולה,

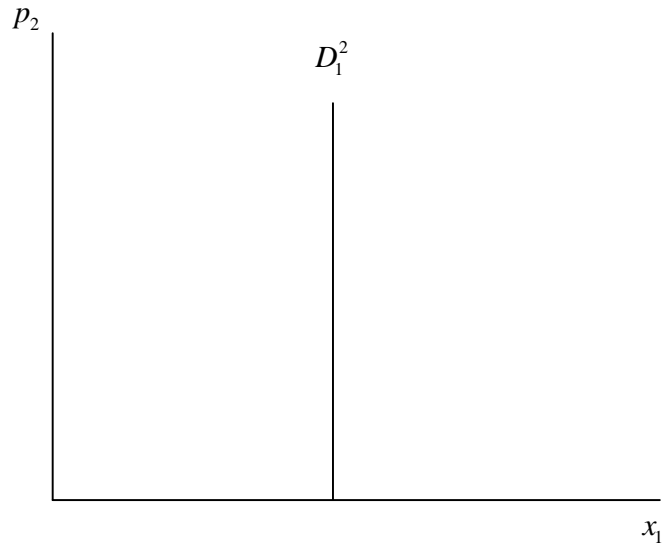
יורדת הכמות המבוקשת ממצרך i.



סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

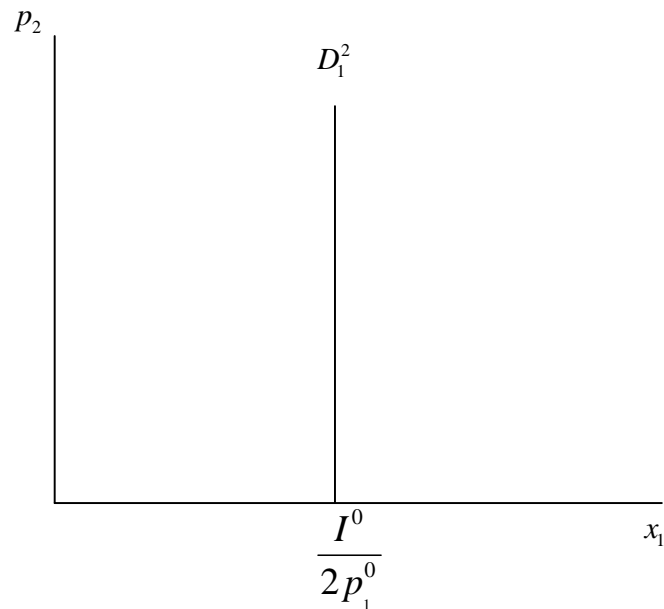
מצד  $i$  בלתי-תלוי במצד  $j$ :  $\frac{\partial x_i(\cdot)}{\partial p_j} = 0$  - אם מחירו של מצד  $j$  אולה,

לא משתנה הכמות המבוקשת ממצד  $i$ .



• נחסיק להדגים על סונקציה מטיפוס קוב-דאאלאס:

ניתן להבחין כי מחירו של מצרך 2 אינו מופיע כאורט במשוואה (1), על-כן, עקומת הביקוש הצולבת למצרך 1 נראית כאופן הבא, (נשים לב כי מחירו של מצרך 1 וההכנסה מוחלקים כקבוצים):

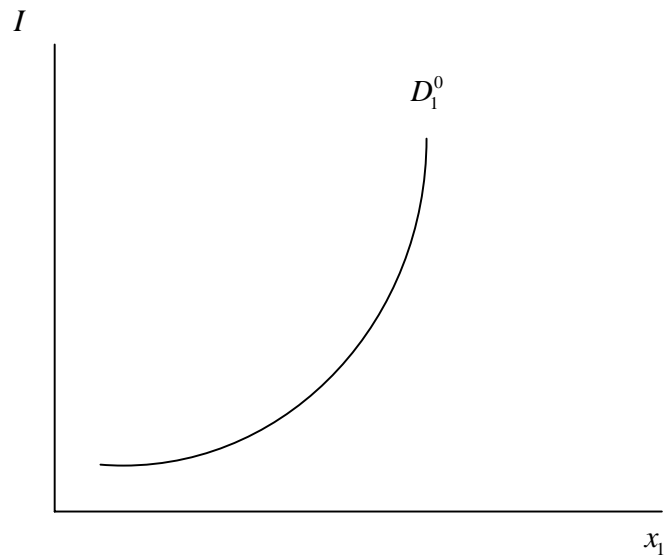


מצרך 1 בלתי-תלוי במצרך 2.

**עקומת אגף:**

מצדק i נורמאלי:  $\frac{\partial x_i(\cdot)}{\partial I} > 0$  - אט ההכנסה גדלה, אולפה הכמות

המקשת ממצדק i.

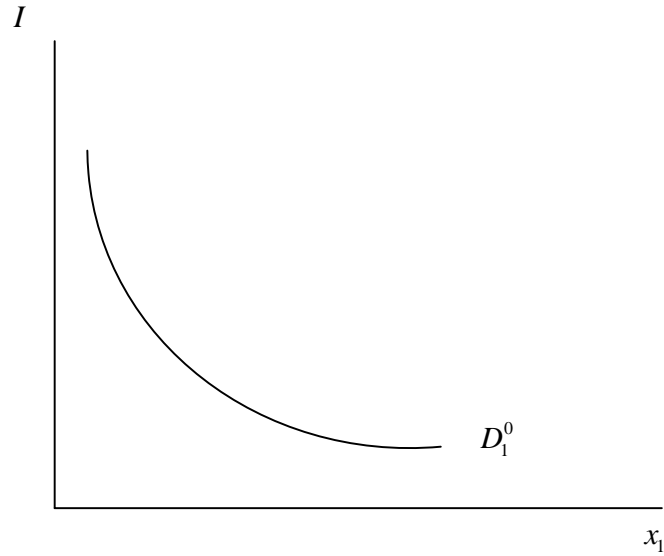




סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

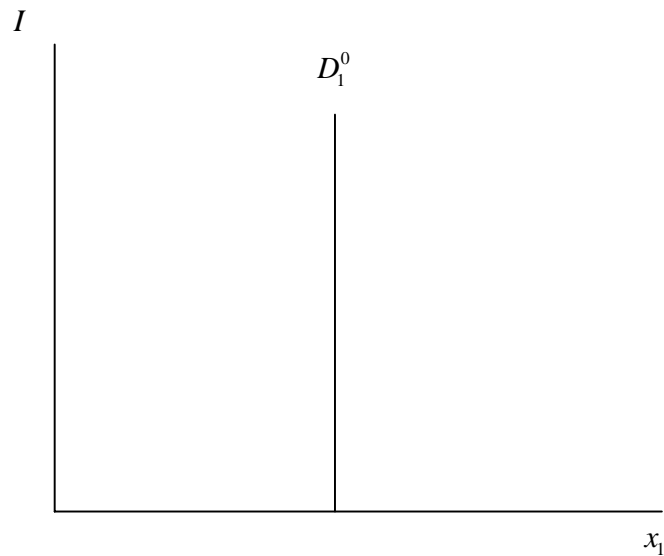
**מצדק i נחות:**  $\frac{\partial x_i(\cdot)}{\partial I} < 0$  - אם ההכנסה גדלה, יורדת הכמות המבוקשת

מצדק i.



מצרך i נטרלי:  $\frac{\partial x_i(\cdot)}{\partial I} = 0$  - אם ההכנסה גדלה, לא משתנה הכמות

המקשת מצרך i.



- לפחות אחד המצרכים חייב להיות נורמאלי.

אם מתקיימת הנחת המונוטוניות הצרכן מוציא את כל הכנסתו.

אם ההכנסה גדלה וכמות אחד המצרכים קטנה, (מפני שהוא

נחות), או לא משתנה, (באלף שהוא נטרלי), הרי שכמות המצרך

השני חייבת לעלות.

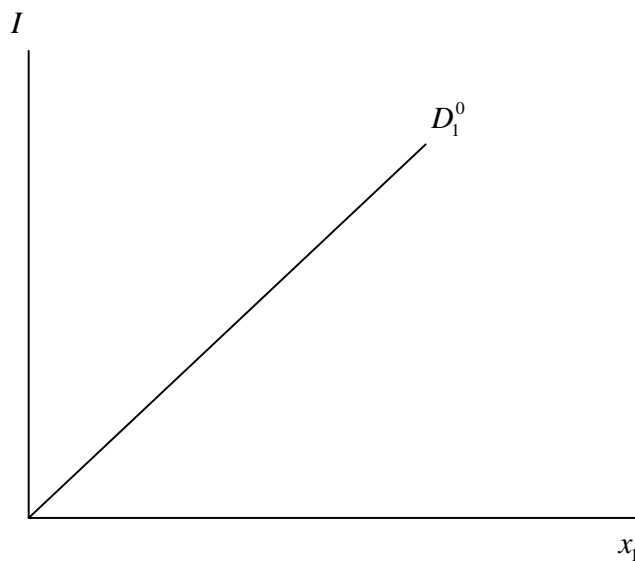
• לא יתכן כי מצרך נחות בכל טווח ההכנסות  $m$ - $0$  צד אינסוף.

כאשר ההכנסה שווה לאפס הצרכן לא קונה מן המצרך. כאשר ההכנסה גדלה לא יתכן כי צריכתו תרד, לפיכך מצרך חייב להיות נורמאלי לפני שהוא הופך לנחות.

• נמשיך להדגים על פונקציה מיפוס קוב-דאבלאס:

משוואתה של עקומת אנאל הינה  $I = 2p_1^0 x_1$ . נשים לב כי מחירו של

מצרך 1 מוחלק כקבוצ.



נשים לב כי עקומת אנאל הנובעת מיחס הצדפה הומוטטי, (בדומה למה שניתן לראות בפונקצית קוב-דאלאס), נראית כקרן היוצאת מן הראשית. נזכור כי כאשר פונקצית התועלת מייצגת יחס הצדפה הומוטטי

$$MRS_{1,2} = k \frac{x_2}{x_1} \text{ (בדומה למה שניתן)}, MRS_{1,2} = \frac{x_2}{x_1}, \text{ כלומר, } MRS_{1,2} \text{ הומוטטי}$$

מדרגה 0 וקבוע לאורך קרן היוצאת מן הראשית. כלכור מתנאי

$$MRS_{1,2} = k \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \text{ כי האופטימום נובע כי } MRS_{1,2} = k \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \text{ . את ההכנסה צולה פי 2 לשם}$$

דומה, אצל ימין נותר ללא שינוי דבר המלמד כי הצריכה משני המצרכים

צלתה אצל היא פי 2, כלומר היחס בין ההכנסה לצריכת מצרך 1 ומצרך 2

נותר קבוע דבר המלמד כי עקומת אנאל נראית כקרן היוצאת מן

הראשית.

סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

נצבור לפונקציות אחרות:

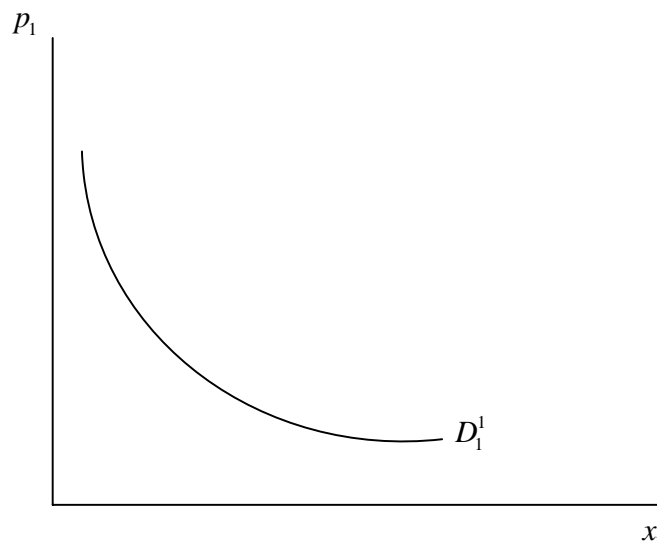
פונקצית תוצאת מינימום:

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\} \Rightarrow x_1^* = \frac{I}{p_1 + p_2} \quad (2)$$

צקומת הביקוש ביחס למחיר העצמי:

$$x_1 = \frac{I^0}{p_1 + p_2^0} \quad \text{נקבע את מחירו של מצרך 2 ואת ההכנסה, כלאחר}$$

ונאייר:



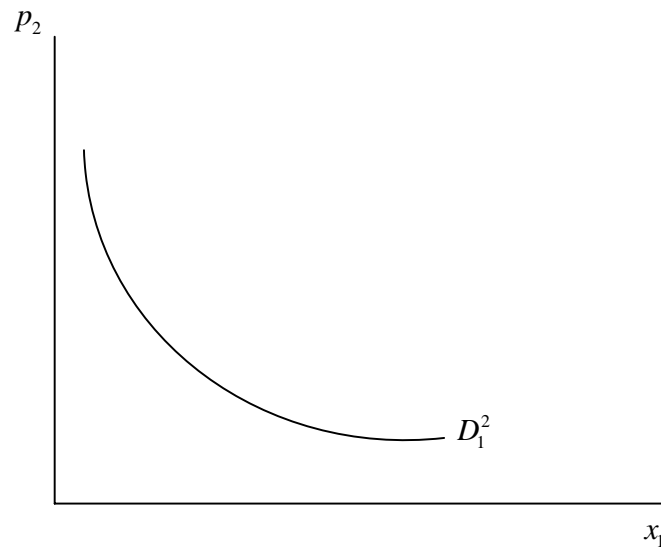
כלאחר, מצרך 1 כליף.

**צקומת הביקוש הצולמת:**

נקבע את מחירו של מצרך 1 ואת ההכנסה, כלומר

$$x_1 = \frac{I^0}{p_1^0 + p_2}$$

ונאייר:

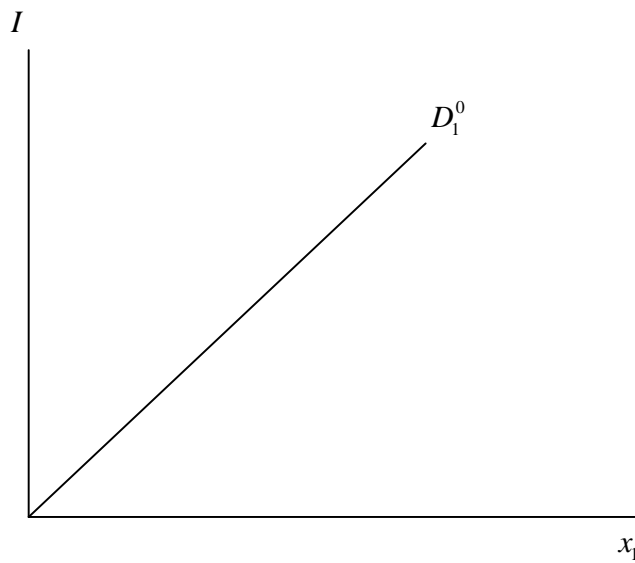


כלומר מצרך 1 משלים למצרך 2.

**עקומת אנאל:**

משוואתה של עקומת אנאל הינה  $I = x_1(p_1^0 + p_2^0)$ . נשים לב כי מחירם של

מצרכים 1 ו 2 מחלקים כקבוצים.



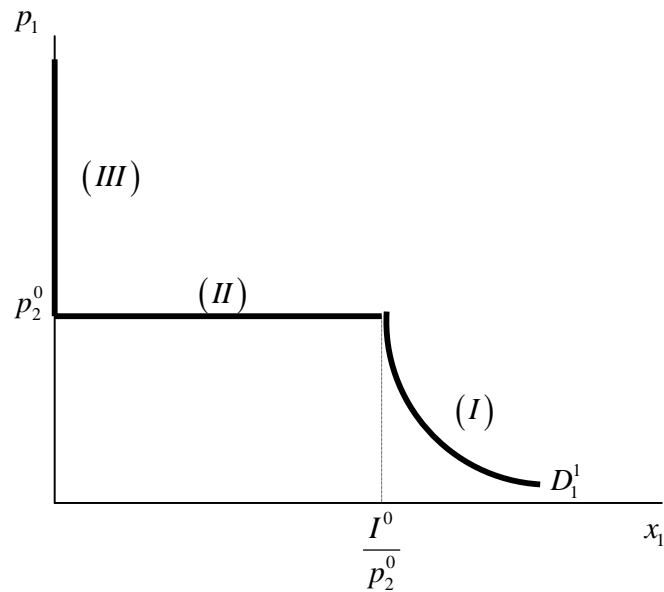
מצרכק 1 נוכמאל!

**פונקציות תועלת אינזאריות:**

$$u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

$$\Rightarrow x_1^* = \begin{cases} (I) \frac{I}{p_1} & \text{if } 1 > \frac{p_1}{p_2} \\ (II) \in \left[ \frac{I}{p_1}, 0 \right] & \text{if } 1 = \frac{p_1}{p_2} \\ (III) 0 & \text{if } 1 < \frac{p_1}{p_2} \end{cases} \quad (3)$$

**צקומת הביקוש ביחס לאחזיר הצמאי:**

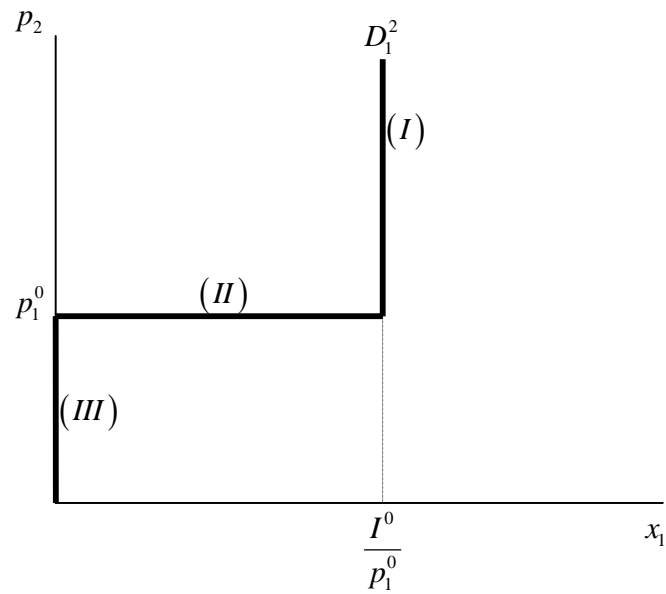




**צקומת הביקוש הצולמת:**

כאופן דומה לצקומת הביקוש הרטילה נקבל את האיור הבא, נלכוד כי

ההכנסה ומחירו של מצרך 1 מוחלקים כקבוצים):

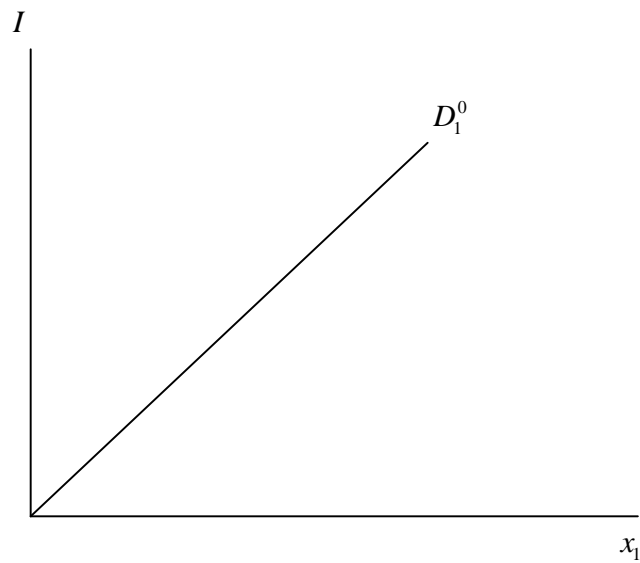


**עקומת אנאל:**

ההכנסה איננה מהווה קריטריון מאצבר מצנף לצנף ולצ-כן נצייר עקומת

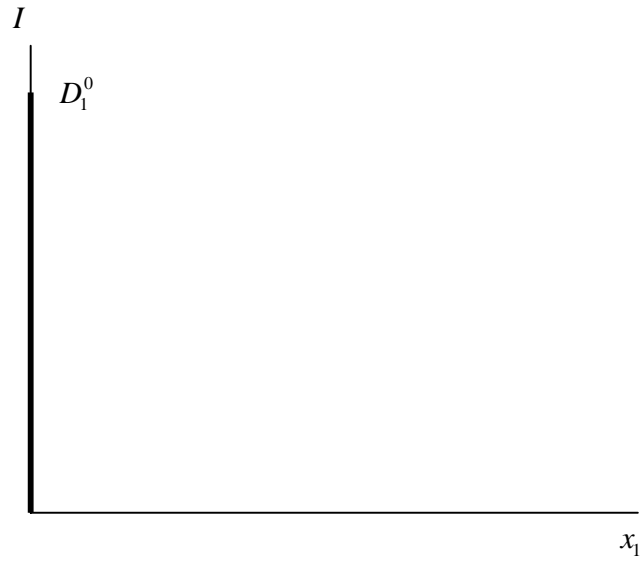
אנאל לכל אחד מן האפשרויות בנפרד:

$$MRS_{1,2} = 1 > \frac{p_1^0}{p_2^0} \Rightarrow I = p_1^0 x_1$$



סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

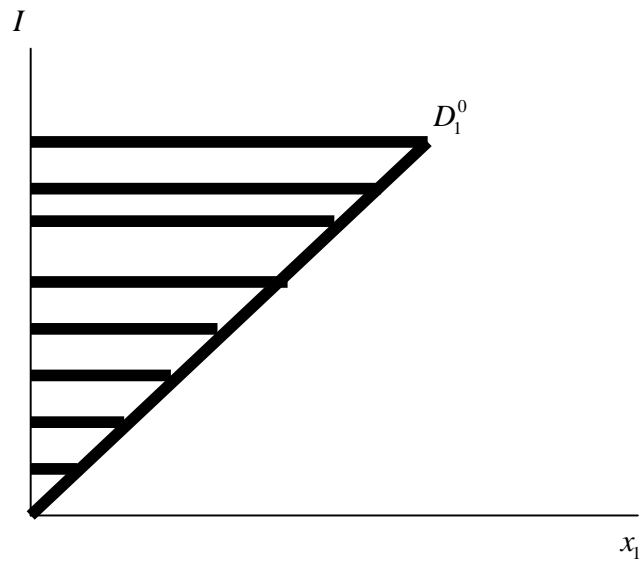
$$MRS_{1,2} = 1 < \frac{p_1^0}{p_2^0} \Rightarrow x_1 = 0$$



סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

$$MRS_{1,2} = 1 = \frac{p_1^0}{p_2^0} \Rightarrow x_1 \in \left[ 0, \frac{I}{p_1^0} \right]$$

כאמור אין זו עקומה כי אם שטח.



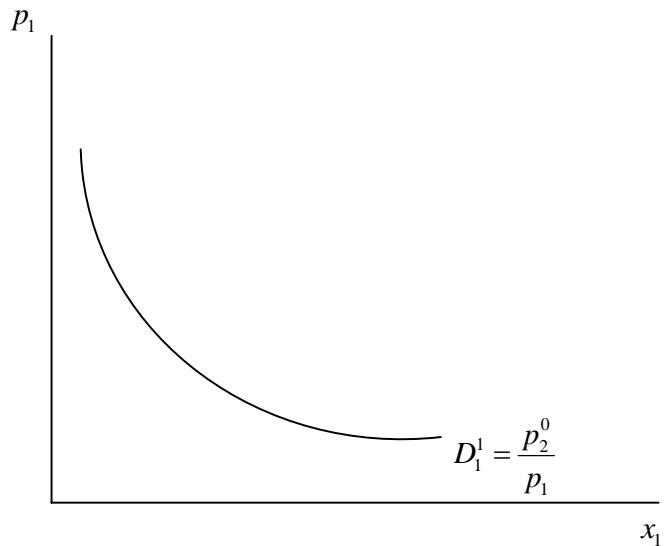
**פונקציות תוצאת קוואלי - איניאריות:**

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$$

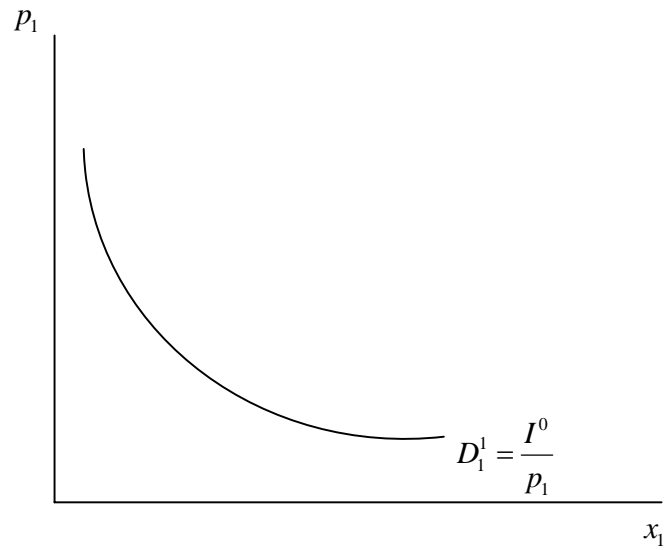
$$\Rightarrow x_1^* = \begin{cases} (I) \frac{p_2}{p_1} & \text{if } \frac{I}{p_2} \geq 1 \\ (II) \frac{I}{p_1} & \text{if } \frac{I}{p_2} \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

**צקומת הביקוש ביחס למחיר הצמח:**

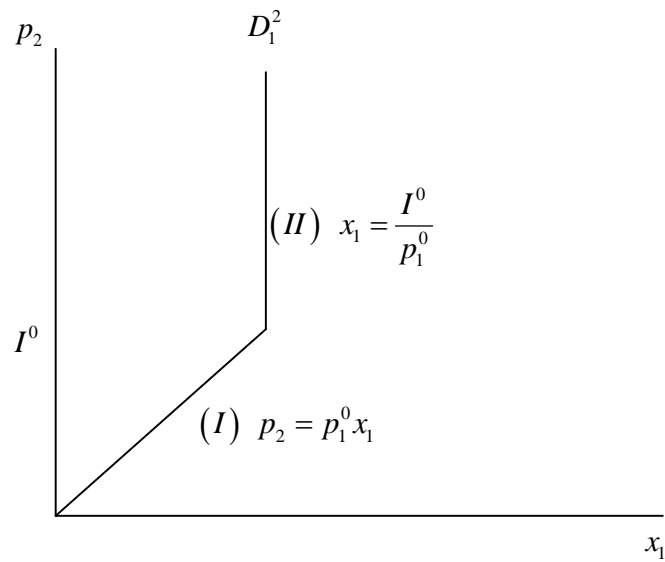
מאחר ומחירו של מצרך 1 אינו מופיע כקריטריון למצבר מצנף לצנף  
 נתאר צקומת ביקוש לכל צנף הנפרד, (נשים לב כי מצרך 1 רגיל):



סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

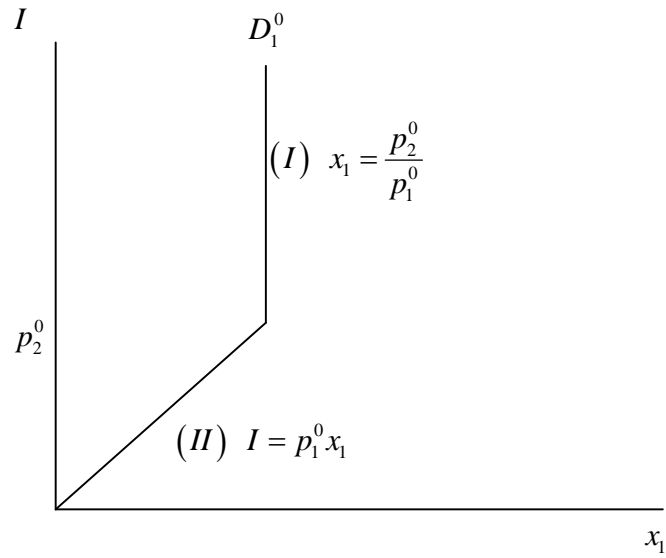


**צקומת הביקוש הצולמת:**



בצנף הראשון מצרף 1 תחליפי למצרך 2 ובצנף השני הוא בלתי תלוי בו.

**עקומת אנאל:**

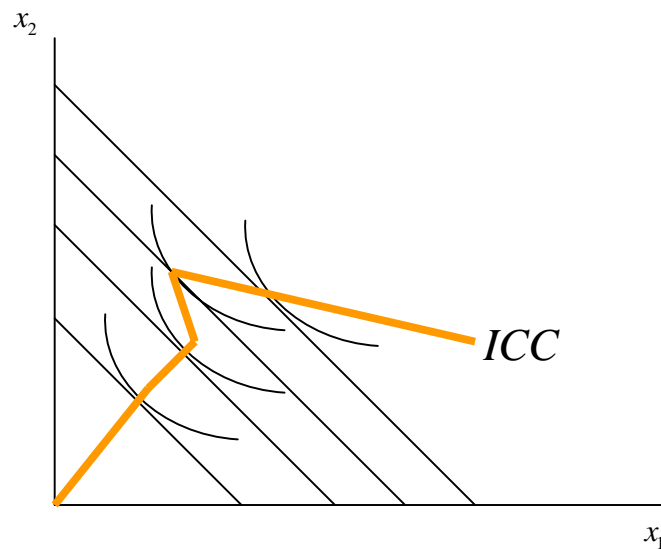


בענף הראשון מצרף 1 נטרלי ומשני נורמאלי.

**עקומת הכנסה תצרוכת - Income Consumption Curve (ICC)**

עקומה זו מתארת כיצד משתנה הסל האופטימאלי כאשר משתנה

ההכנסה:

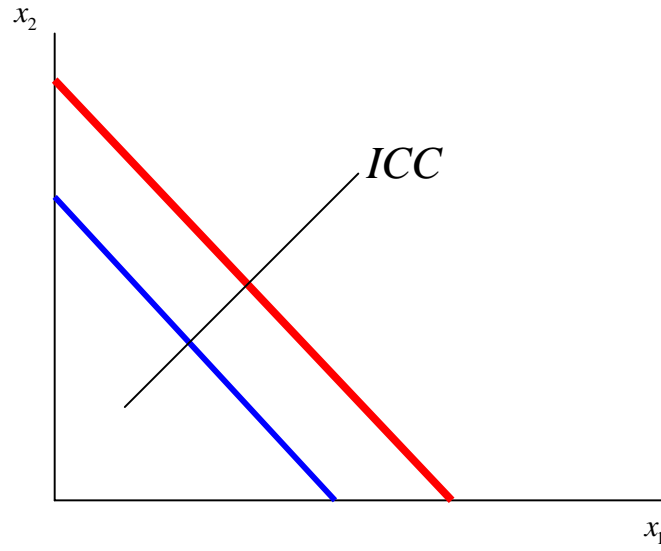


לכל הכנסה נמצא את הסל האופטימאלי, לחיבורן של כל נקודות

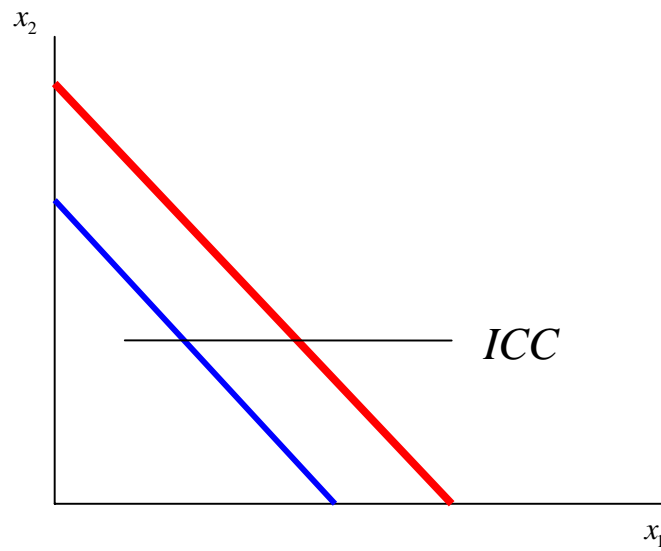
האופטימום נקרא ICC.



קשרים אפשריים:

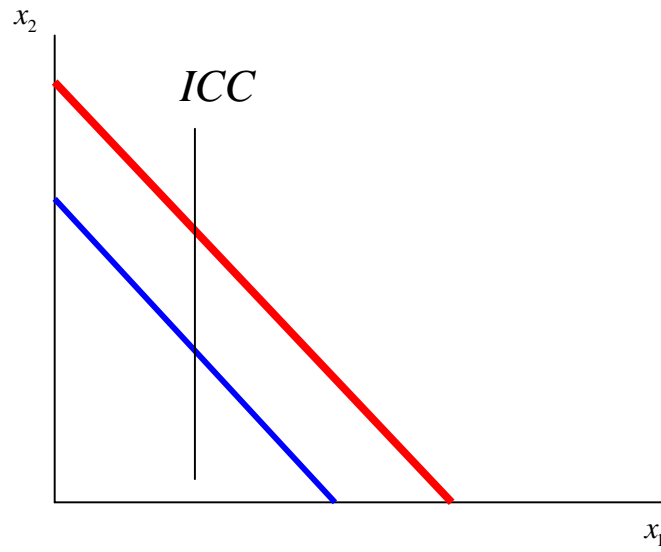


שני המצרכים נורמאליים.

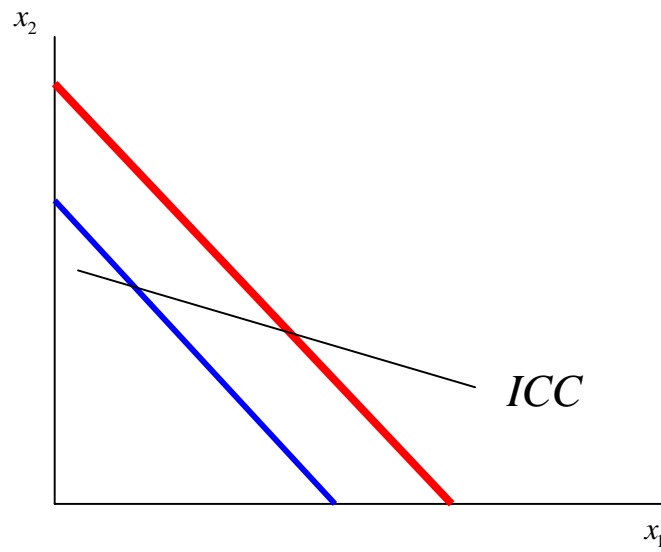


מצרק 1 נורמאלי, מצרק 2 נטרלי.

סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

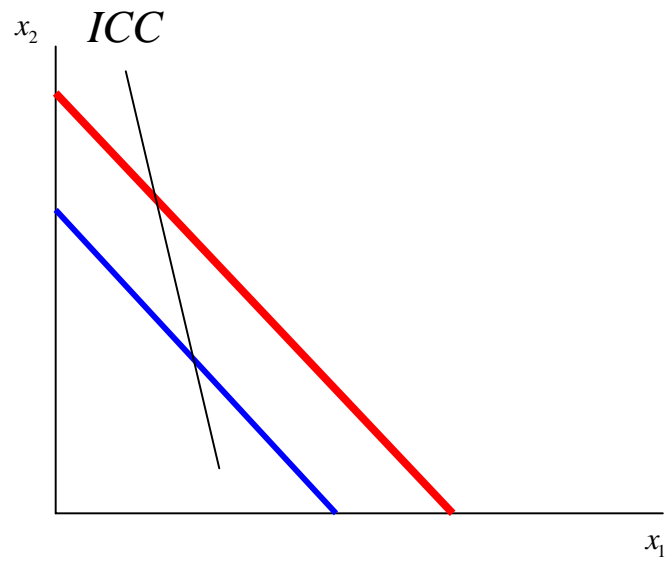


מצדק 1 ניטראלי, מצדק 2 נורמאלי.



מצדק 1 נורמאלי, מצדק 2 נחות.

סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול



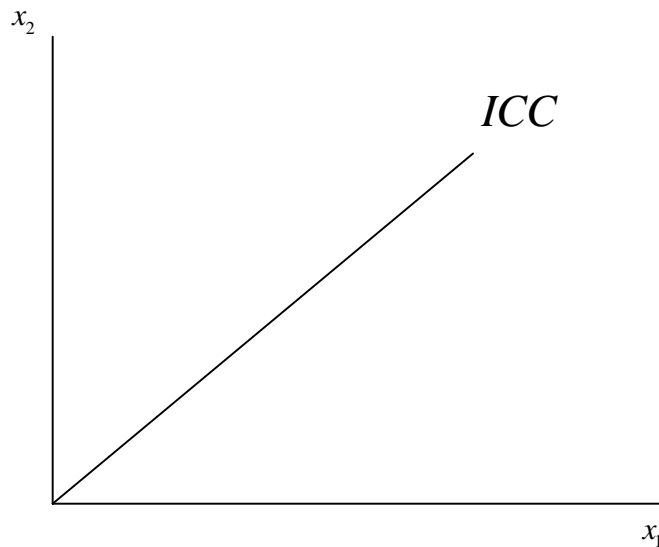
מצדק 1 נחות, מצדק 2 נורמאלי!

נדעים על פונקציות שונות:

קוב-דאדאס:  $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$

במקרה זה אוסף נקודות האופטימום מציית לתנאי האופטימום

והוא קרן היווצרות מן הראשית:  $MRS_{1,2} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$   
 $x_2 = \frac{p_1^0}{p_2^0} x_1$



כפי שראינו בדיון בהקשר לעקומת אנג'ל, עקומת הכנסה-תוצר הנובעת

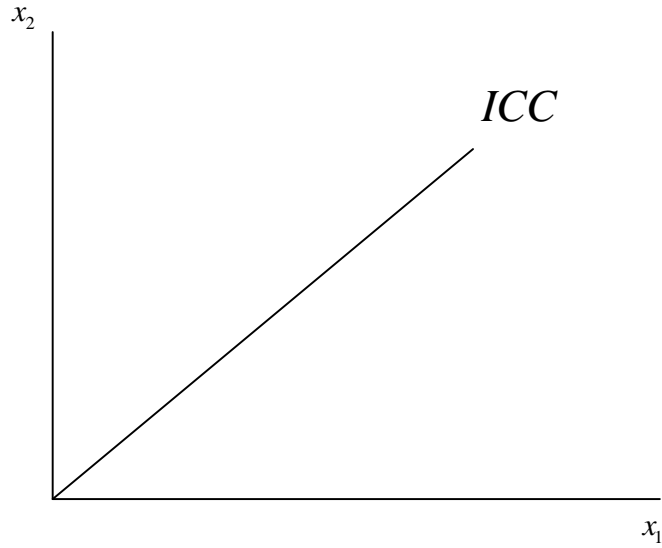
מיחס העדפה הומוטטי נראית כקרן היווצרות מן הראשית. אם ההכנסה

גדלה פי 2, הצריכה מכל מצרך גדלה פי 2.

סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\} \text{ : פונקצית מנימוס}$$

אוסף נקודות האופטימוס נמצא לאורך הקרן  $x_2 = x_1$



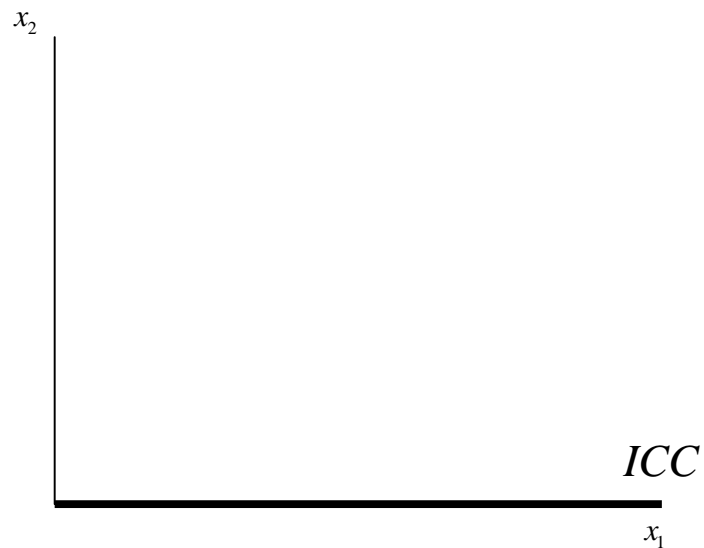
כאמור, שני המרכיבים נורמאליים.

סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

הפונקציה הליניארית:  $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ .

כפי שציינו בדיון על עקומת אגף, נצייר ICC לכל אחד מן המקרים.

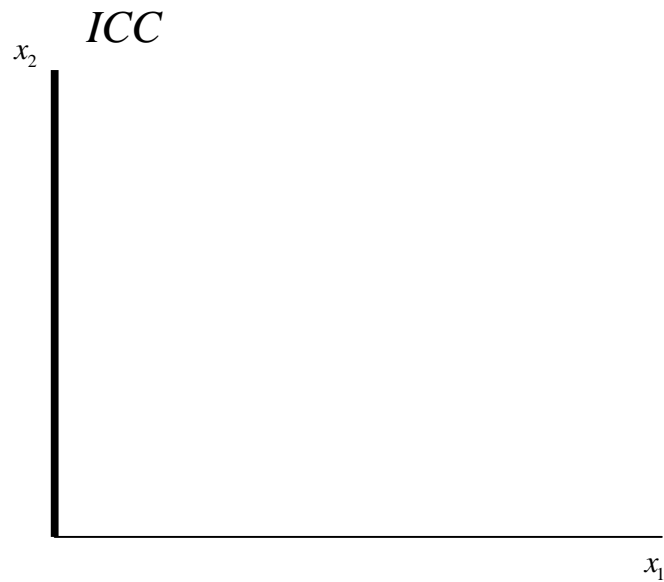
$$MRS_{1,2} = 1 > \frac{p_1^0}{p_2^0} \Rightarrow x_1^* = \frac{I}{p_1}, x_2^* = 0$$



מצדק 1 נורמאלי, מצדק 2 נטרלי.

סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

$$MRS_{1,2} = 1 < \frac{p_1^0}{p_2^0} \Rightarrow x_1^* = 0, x_2^* = \frac{I}{p_2^0}$$

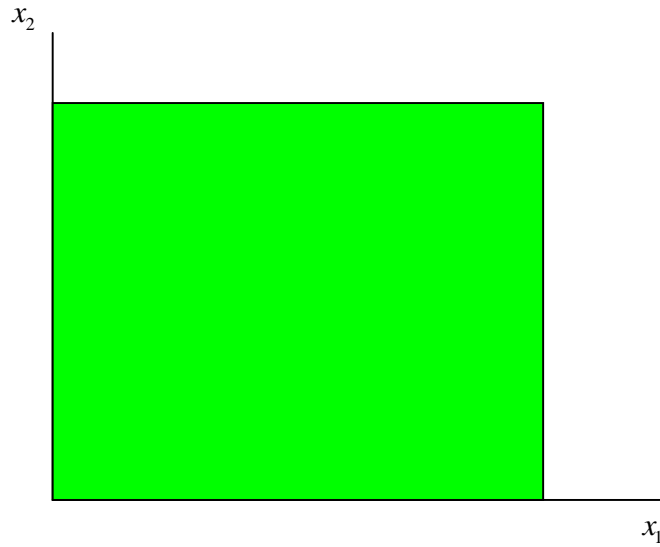


מצדק 1 נטרף מצדק 2 נורמאלי!

סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

$$MRS_{1,2} = 1 = \frac{p_1^0}{p_2^0} \Rightarrow 0 \leq x_1^* \leq \frac{I}{p_1^0}, 0 \leq x_2^* \leq \frac{I}{p_2^0}$$

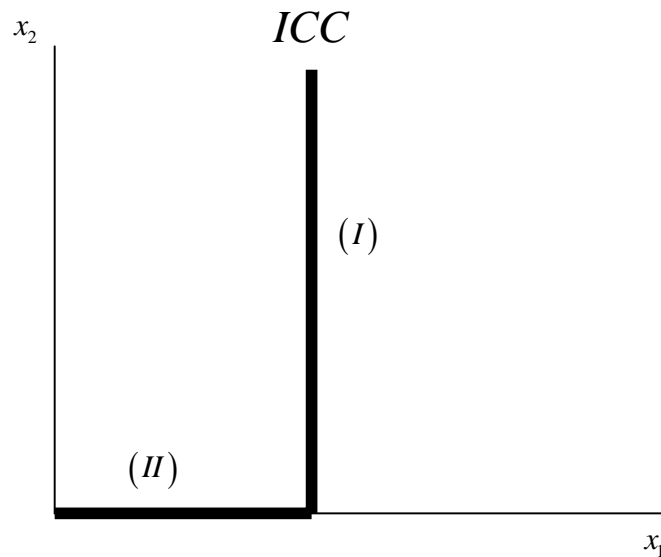
**במקרה זה ICC היא שטח.**





הפונקציה הקוואנטי-ליניארית:  $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_1^* = \frac{p_2}{p_1}, x_2^* = \frac{I}{p_2} - 1 \text{ if } \frac{I}{p_2} \geq 1 & \text{(I)} \\ x_1^* = \frac{I}{p_1}, x_2^* = 0 \text{ if } \frac{I}{p_2} \leq 1 & \text{(II)} \end{cases}$$



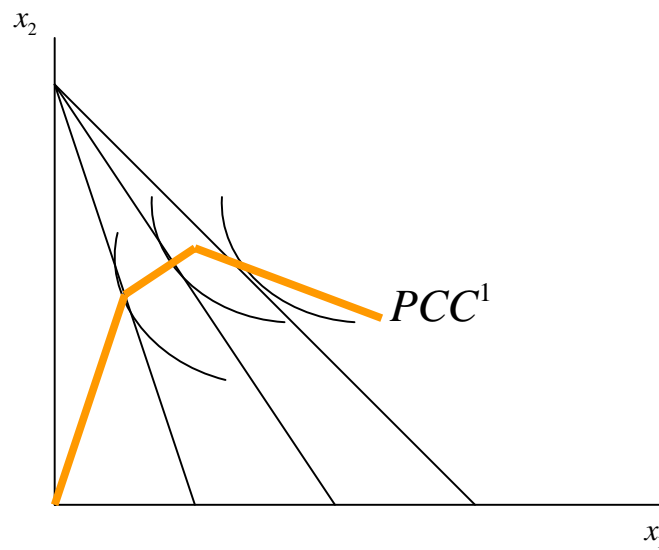
בצנף הראשון מצרף 1 נטרף 1 ומצרף 2 נורמאלי, ובצנף השני מצרף 1  
נורמאלי ומצרף 2 נטרף 1.

**עקומת מחיר-תצרוכת - Price Consumption Curve (PCC)**

$PCC^1$

עקומה זו מתארת כיצד משתנה פיתרון הציית הצרכן כאשר משתנה

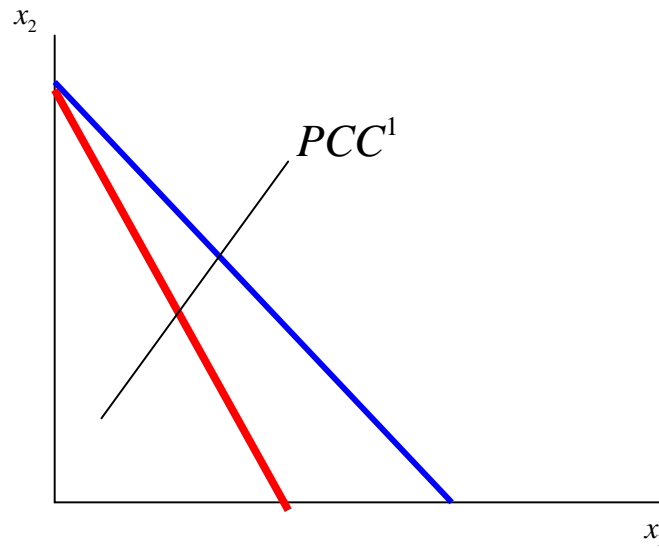
מחירו של מוצר 1:



לכל מחיר ומחיר של מוצר 1 נמצא את הסף האופטימאלי, לחיבורן של

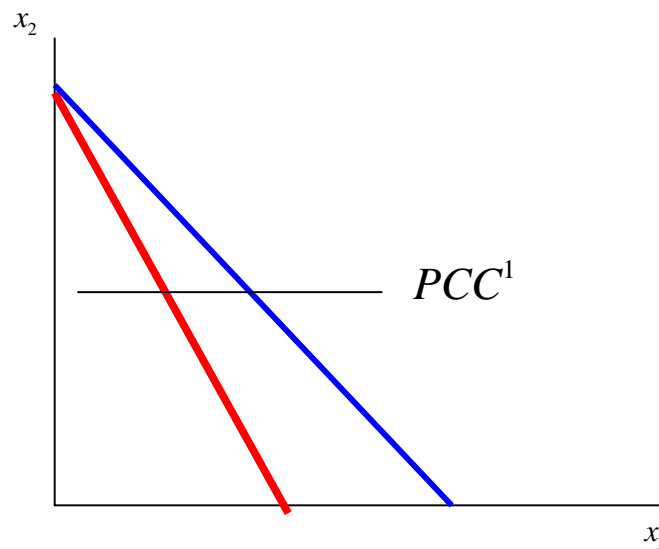
כל נקודות האופטימות נקרא  $PCC^1$ .

קשרים אפשריים:



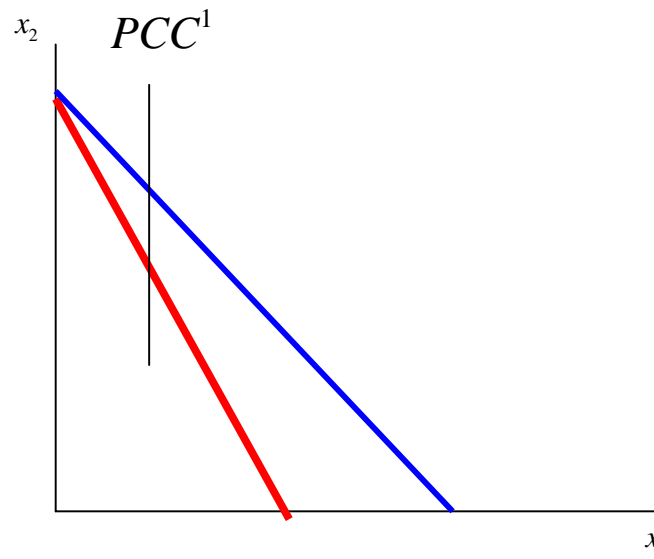
$$p_1 \downarrow \Rightarrow x_1 \uparrow, x_2 \uparrow$$

מצרכק 1 רכיף, מצרכק 2 משלים מצרכק 1.



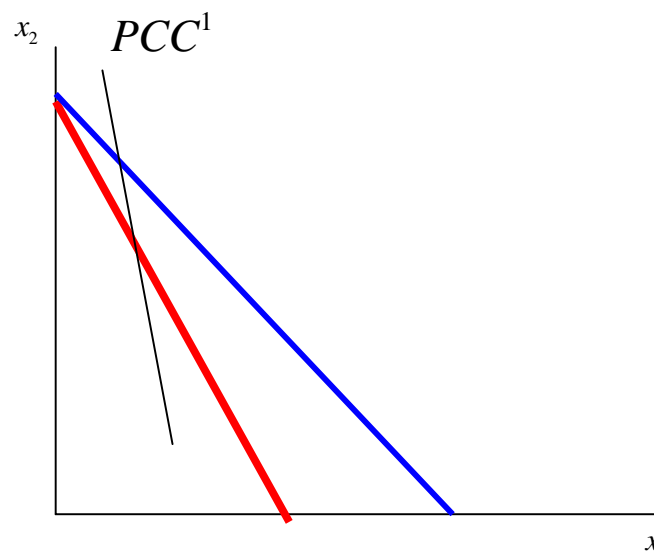
$$p_1 \downarrow \Rightarrow x_1 \uparrow, x_2 =$$

מצרכק 1 רכיף, מצרכק 2 בלתי-תלוי במצרכק 1.



$$p_1 \downarrow \Rightarrow x_1 \downarrow, x_2 \uparrow$$

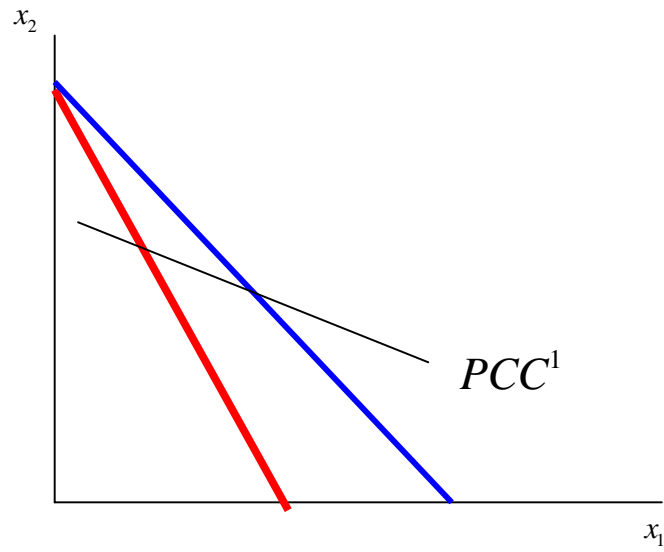
מצרכק 1 קטין, מצרכק 2 משלים למצרכק 1.



$$p_1 \downarrow \Rightarrow x_1 \downarrow, x_2 \uparrow$$

מצרכק 1 קטין, מצרכק 2 משלים למצרכק 1.

סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול



$$p_1 \downarrow \Rightarrow x_1 \uparrow, x_2 \downarrow$$

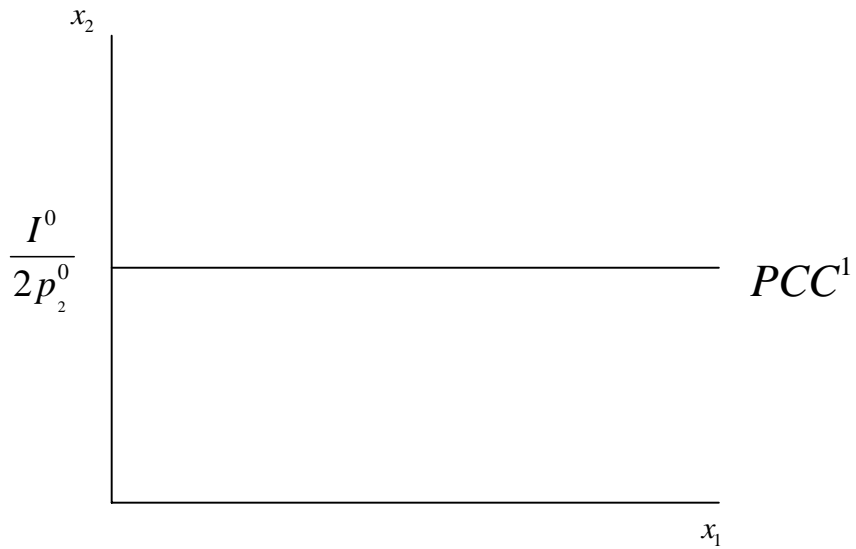
מצדק 1 ראיה, מצדק 2, תחליפו מצדק 1.

סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

נדעים על פונקציות שונות:

קוב-דאדאס:  $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$

$$x_1^* = \frac{I}{2p_1}, x_2^* = \frac{I}{2p_2}$$

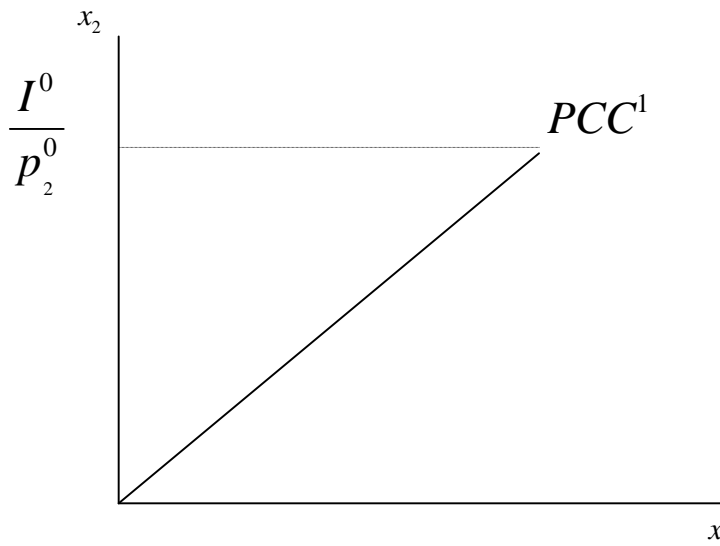


מצדק 1 ראי, מצדק 2 בלתי-תלוי במצדק 1.

**פונקציות מינימום:  $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$**

$$x_1^* = \frac{I^0}{p_1 + p_2^0}, \quad x_2^* = \frac{I^0}{p_1 + p_2^0}$$

אוסף נקודות האופטימום נמצא לאורך הקרן  $x_2 = x_1$



מצדק 1 ראיא, מצדק 2 משלים למצדק 1.

נשיט לא כו נקודה אבוהה יותר על העקומה פירושה סל אופטימאלי

כמחיר נמוק יותר של מצדק 1. אם מחירו של מצדק 1 שווה ל-0,  $x_2^* = \frac{I^0}{p_2^0}$

כלומר הצרכן מוציא את כל הכנסתו על מצדק 2, ואל-כן נקטעת

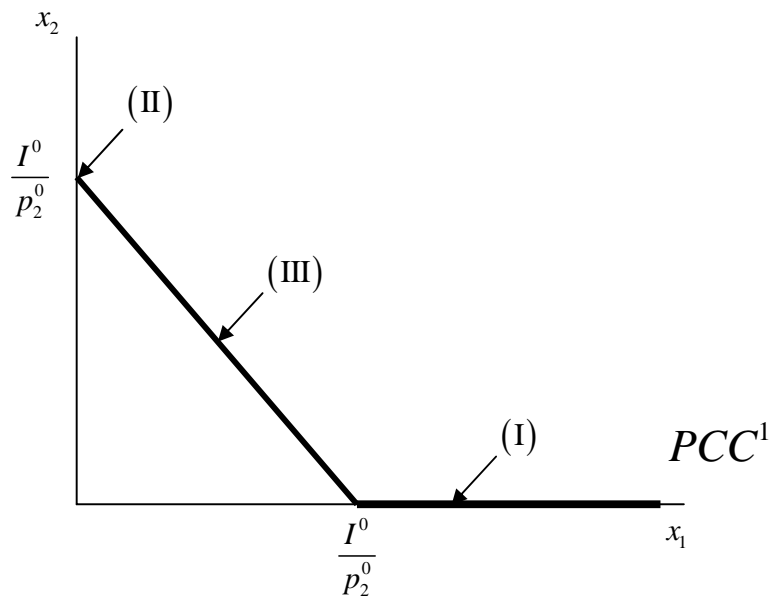
העקומה בנקודה זו.

הפונקציה הליניארית:  $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$

$$MRS_{1,2} = 1 > \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_1^* = \frac{I^0}{p_1}, x_2^* = 0 \quad (\text{I})$$

$$MRS_{1,2} = 1 < \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_1^* = 0, x_2^* = \frac{I^0}{p_2} \quad (\text{II})$$

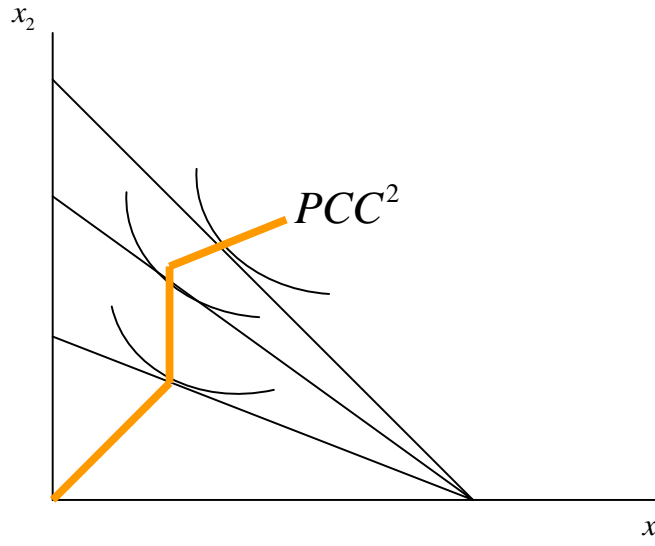
$$MRS_{1,2} = 1 = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow 0 \leq x_1^* \leq \frac{I^0}{p_1}, 0 \leq x_2^* \leq \frac{I^0}{p_2} \quad (\text{III})$$



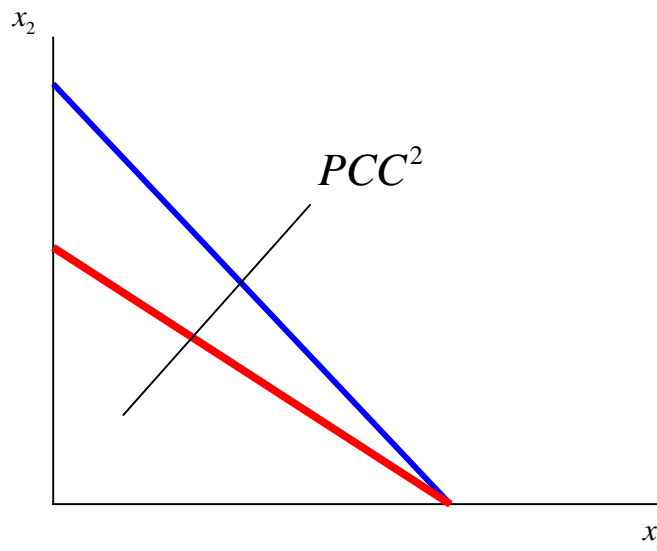


$PCC^2$

צקומה לו מתארת כיצד משתנה פיתרון בעיית הצרכן כאשר משתנה מחירו של מוצר 2:

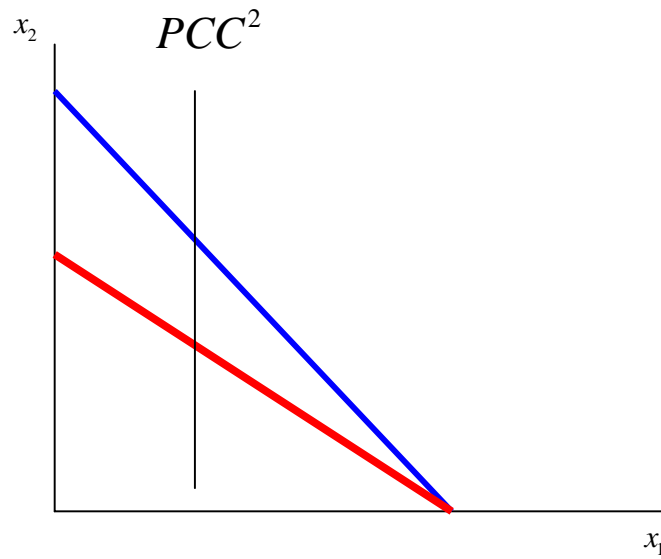


קשרים אפשריים:



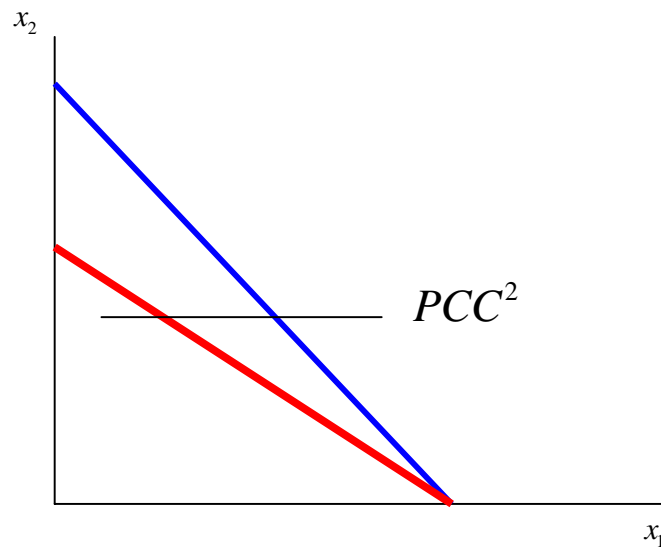
$$p_2 \downarrow \Rightarrow x_1 \uparrow, x_2 \uparrow$$

מוצר 1 משלים למוצר 2, מוצר 2 כליף.



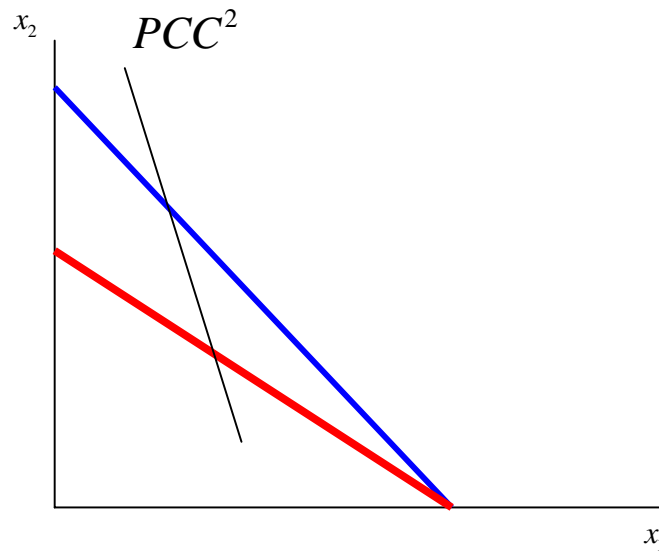
$$p_2 \downarrow \Rightarrow x_1 =, x_2 \uparrow$$

מזרקה 1 בלתי תלוי במזרקה 2, מזרקה 2 רגילה.



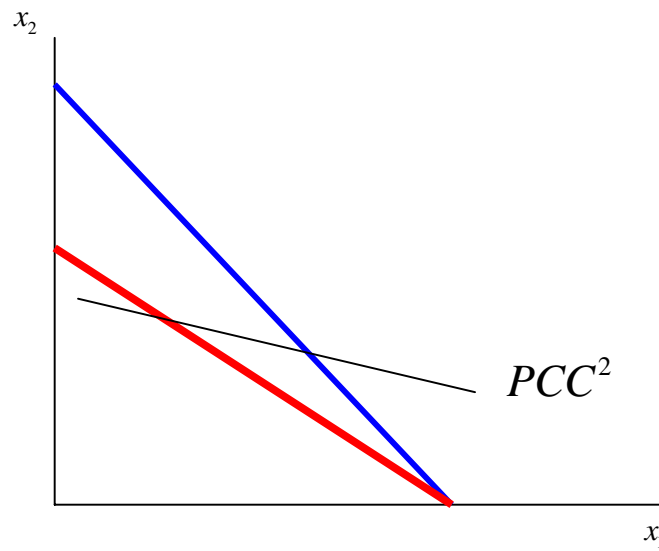
$$p_1 \downarrow \Rightarrow x_1 \uparrow, x_2 =$$

מזרקה 1 משפיעה במזרקה 2, מזרקה 2 רגילה.



$$p_2 \downarrow \Rightarrow x_1 \downarrow, x_2 \uparrow$$

מצדק 1 תחליפי מצדק 2, מצדק 2 רכיף.



$$p_2 \downarrow \Rightarrow x_1 \uparrow, x_2 \downarrow$$

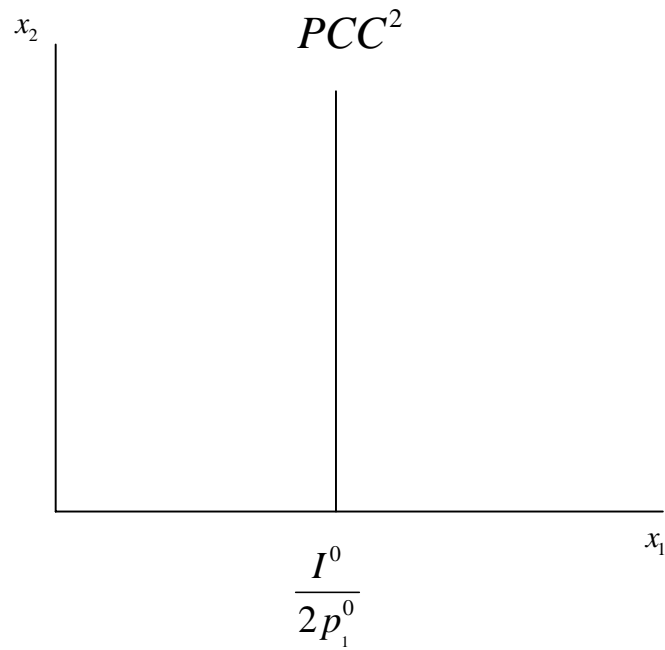
מצדק 1 מלפי מצדק 2, מצדק 2 איפן.

סטטיסטיקה השוואתית / ד"ר רונן בר-אל וד"ר יוסי טובול

נדעים על פונקציות שונות:

קוב-קאדאס:  $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$

$$x_1^* = \frac{I}{2p_1}, x_2^* = \frac{I}{2p_2}$$



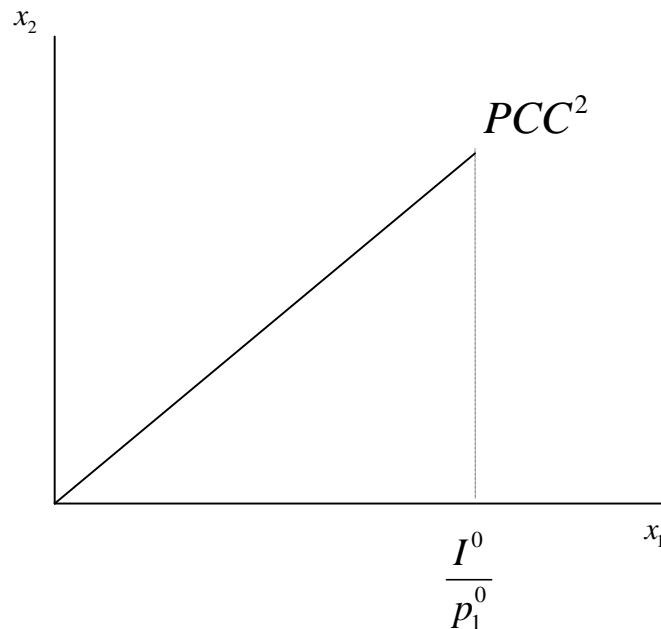
מצדק 1 בלתי-תלוי במצדק 2, מצדק 2 ראיף.

סטטיסטיקה השוואתית / די"ר רונן בר-אל ודי"ר יוסי טובול

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\} \text{ : פונקצית מינימום}$$

$$x_1^* = \frac{I^0}{p_1^0 + p_2}, \quad x_2^* = \frac{I^0}{p_1^0 + p_2}$$

אוסף נקודות האופטימום נמצא לאורך הקרן  $x_2 = x_1$



מצד 2 רכיב, מצד 1 משלים למצד 2.

נשים לה כי נקודה אבהה יותר על הצקומה פירושה סל אופטימאלי

במחיר נמוך יותר של מצד 2. אם מחירו של מצד 2 שווה ל-0

$x_1^* = x_2^* = \frac{I^0}{p_1^0}$ . מחירים לא יכולים להיות נמוכים מ-0 וצד-כן נקטעת

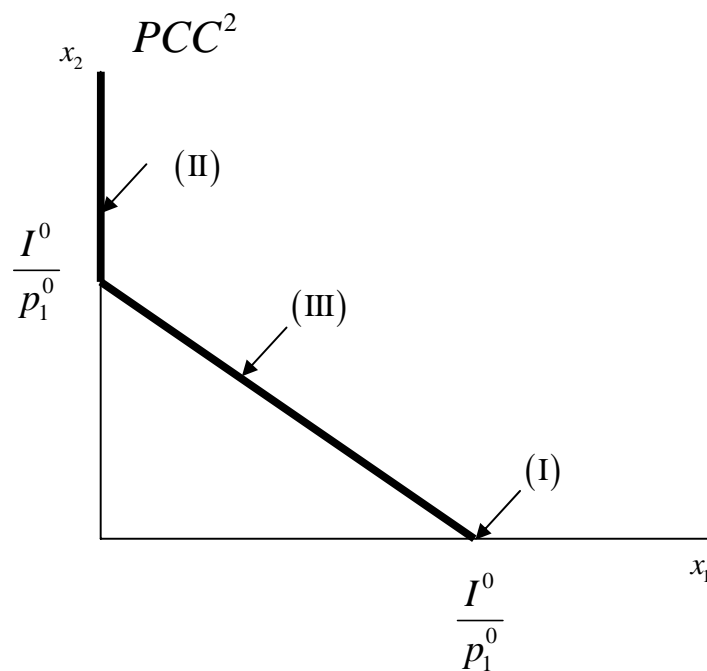
הצקומה בנקודה זו.

הפונקציה האינוארית:  $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$

$$MRS_{1,2} = 1 > \frac{p_1^0}{p_2} \Rightarrow x_1^* = \frac{I^0}{p_1}, x_2^* = 0 \quad (\text{I})$$

$$MRS_{1,2} = 1 < \frac{p_1^0}{p_2} \Rightarrow x_1^* = 0, x_2^* = \frac{I^0}{p_2} \quad (\text{II})$$

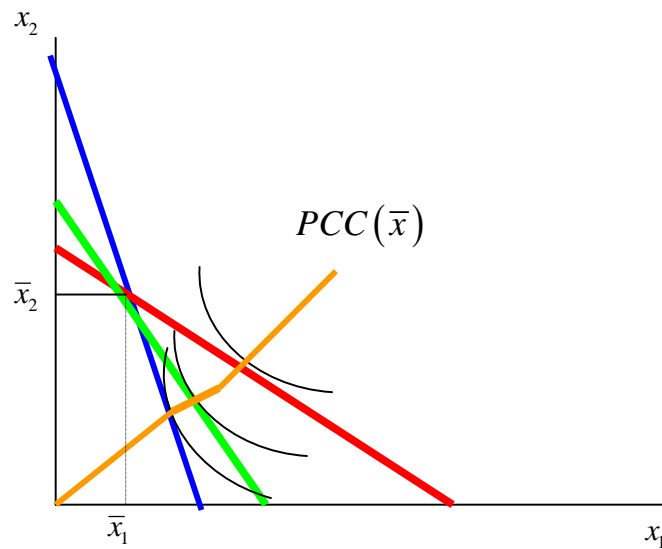
$$MRS_{1,2} = 1 = \frac{p_1^0}{p_2} \Rightarrow 0 \leq x_1^* \leq \frac{I^0}{p_1}, 0 \leq x_2^* \leq \frac{I^0}{p_2} \quad (\text{III})$$



$PCC(\bar{x})$  - **עקומת מחיר תצרכות בהינתן סף-תחילי**

צתה נניח כי לרשות הצרכן סף תחילי ולא הכנסה. עקומה זו מתארת כיצד משתנה פיתרון בעיית הצרכן כאשר משתנה יחס המחירים. נלכוד כי כאשר מדובר על סף תחילי אין משמעות למחירים המוחלטים אלא ליחס ביניהם. ניתן לראות זאת ממעגלת התקציב:

$$\frac{p_1}{p_2} x_1 + x_2 \leq \frac{p_1}{p_2} \bar{x}_1 + \bar{x}_2$$



נדגים:

**הפונקציה הליניארית:  $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$**

נסמן את יחס המחירים  $p = \frac{p_1}{p_2}$ .

$$MRS_{1,2} = 1 > p \Rightarrow x_1^* = \frac{p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2}{p_1} = \bar{x}_1 + \frac{\bar{x}_2}{p}, x_2^* = 0 \quad (\text{I})$$

$$MRS_{1,2} = 1 < p \Rightarrow x_1^* = 0, x_2^* = \frac{p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2}{p_2} = p \bar{x}_1 + \bar{x}_2 \quad (\text{II})$$

$$MRS_{1,2} = 1 = p \Rightarrow 0 \leq x_1^* \leq \bar{x}_1 + \bar{x}_2, 0 \leq x_2^* \leq \bar{x}_1 + \bar{x}_2 \quad (\text{III})$$

