

האוניברסיטה העברית בירושלים – המחלקה לכלכלה
בחינה – מחירים א' – מועד א' – סמסטר קיץ – 27.09.05

הוראות לנבחן: ענו על כל השאלות שלפניכם במחברת המצורפת. הקפידו על כתב יד קריא וברור, ומסגרו את תשובותיכם הסופיות. ציינו במפורש "טיוטה" בראש עמודים בהם השתמשתם כטיוטה. מותר להשתמש בחומר עזר הכולל פתרונות של כל התרגילים, וכן במחשבון כיס. לרשותכם שתיים וחצי

שאלה 1

מיגל הנו אוהד מושבע של קבוצת הכדורגל ריאל מדריד. למיגל תועלת ממספר המשחקים בו הוא צופה (X) , ומתצרוכת של בקבוקי בירה (Y) . מחיר בקבוק בירה הנו $p_y = 1$ יורו. מחירו של משחק כדורגל הנו p_x . תועלתו של מיגל נתונה על-ידי: $U(X, Y) = Y + 10\sqrt{X}$. למיגל הכנסה של 100 יורו.

- א. אם מחירו של משחק הנו $p_x = 5$ יורו, מהי כמות המשחקים ובקבוקי הבירה שצורך מיגל?
- ב. אלו הנהלת הקבוצה תזיל את מחירו של משחק ל- $p_x = 1$, אך תגבה דמי מנוי מהאוהדים, מהם דמי המנוי המקסימליים שהיה מיגל מוכן לשלם כך שמצבו לא ישתנה ביחס לסעיף א'?
- ג. בהנחה שדמי המנוי הנגבים ממיגל בפועל הנם 10 יורו, מהו השינוי בעודף הצרכן שלו?
- ד. הנהלת הקבוצה שוקלת הצעה חלופית על-מנת לעודד את האוהדים להגיע למשחקים: אוהדים שצופים במשחק אחד לכל היותר ישלמו מחיר מלא (5 יורו), אך על כל משחק נוסף מעבר ל-1, יזכו האוהדים להנחה של 50%. צייר הסדר זה, יחד עם ההסדר של סעיף א', במישור $Y-X$ של הצרכן. האם הצעה זו תביא לשיפור מצבו של מיגל לעומת סעיף א'? מהן הכמויות של Y, X אותן יצרוך תחת הצעה זו? האם יעדיף אותה על ההצעה מסעיף ג'?

שאלה 2

- במשק קיימים שני סקטורים, חקלאי ומודרני. בסקטור החקלאי, ההכנסה לעובד הנה 7 דינר. בסקטור המודרני, ההכנסה תלויה במספר שנות ההשכלה (e) לפי הקשר: $I(e) = 4 + \beta e$ (הנה התמורה ברוטו לשנת השכלה נוספת). פרט שלא לומד, תועלתו הנה $U = y^2$, כאשר y הנה כמות מוצרי המזון שצורך הפרט ($p_y = 1$). פרט שבוחר ללמוד, תועלתו הנה $U = y - 5e^2$. עלות שנת השכלה הנה p דינרים.
- א. הסבר בקצרה מדוע ייתכן כי פרטים ישקיעו בהשכלה, למרות היותה מוצר רע (Economic Bad).
 - ב. התווה סכימטית את עקומות האדישות של פרט, עבור התחום $e > 0$.
 - ג. בהנחה שהפרט בוחר ללמוד, מצא את הביקוש האופטימלי שלו להשכלה, כתלות בפרמטרים של הבעיה. מהי גמישות הביקוש להשכלה ביחס לתמורה נטו להשכלה, $(\beta - p)$?
 - ד. מצא את פונקציית התועלת העקיפה לכל אחת מהאפשרויות.
 - ה. חשב את תמורת הסף להשכלה, אשר מעבר אליה יעדיף הפרט ללמוד, ומתחת אליה יעדיף הפרט שלא ללמוד. (הדרכה: השתמש בסעיף הקודם).

שאלה 3

באוניברסיטה המורמונית, חייבים התלמידים לקחת קורסים מ- N דיסיפלינות שונות כדי לקבל תואר. X_i הנו הציון של התלמיד בקורס (דיסיפלינה) ה- i ($1 \leq i \leq N$). משקלו של הקורס ה- i בממוצע המשוקלל הנו β_i והוא נתון לסטודנט (ממוצע התואר של הסטודנט הנו לכן $\bar{X} = \sum_{i=1}^N \beta_i X_i$). הנח עוד כי באוניברסיטה

המורמונית, ציונו של התלמיד בקורס איננו משתנה סטוכסטי, אלא נקבע באופן בלעדי על-ידי תשומת השעות שמשקיע הסטודנט בקורס, באופן הבא: $X_i = \alpha_i \sqrt{l_i}$, כאשר X_i הנו הציון בקורס ה- i , l_i הנה כמות השעות המושקעת בקורס (הכנה למבחן, הכנת תרגילים וכו'), ואלו α_i הנו "מקדם הקושי" של הדיסיפלינה

ה- i ($0 \leq \alpha_i \leq 1$). כל ה- α ו- α נתונות לסטודנט. לרשות הסטודנט כמות שעות מוגבלת: $\sum_{i=1}^N l_i = L$.

א. כתוב את הלגרנז'יאן של הבעיה הפרימלית של הסטודנט השואף למקסם את ממוצע תוארו, $\bar{X}$, בכפוף לאילוצים. מהם משתני הבחירה, והפרמטרים של הבעיה?

ב. הראה כי באופטימום, הקצאת השעות היחסית בין הקורס ה- j לקורס ה- k , $\frac{l_j}{l_k}$, תלויה ביחס בין

"מקדמי הקושי המשוקללים" שלהם, כאשר $\Theta_i \equiv \beta_i \alpha_i$ הנו מקדם הקושי המשוקלל של קורס i .

ג. הנח מעתה והלאה כי $N = 2$. מצא את הקצאת השעות לדיסיפלינה הראשונה (מתמטיקה), l_1^* ,

ולדיסיפלינה השנייה (תיאולוגיה), l_2^* , כתלות בפרמטרים של הבעיה. מה תהיה חלוקת השעות בין

מתמטיקה ותיאולוגיה אם נתון כי $\Theta_2 = 2\Theta_1$ (הבע תשובתך במונחי הפרמטר L).

ד. מהי גמישות הקצאת השעות לכל אחד מהדיסיפלינות ביחס לכמות השעות הכוללת, L . חשב גם את

הגמישות של l_1 ביחס ל- Θ_1, Θ_2 . מה תאכל לומר על סכום הגמישויות של l_1 ביחס ל- Θ_1, Θ_2 .

נסה להסביר תוצאה זו.

ה. מצא את ה- Value Function של הבעיה, $\bar{X}(\Theta_1, \Theta_2, L)$. הסבר ללא חישוב למה שווה הנגזרת

של פונקציה זו לפי L .

ו. נסח את הבעיה הדואלית של הסטודנט. מה תוכל לומר על תנאי סדר ראשון של בעיה זו ועל כופל

לגרנז' שלה? חשב את הקצאת השעות בין שתי הדיסיפלינות, $\tilde{l}_1, \tilde{l}_2$ כתלות בפרמטרים של הבעיה.

ז. מצא זהות בין הקצאת השעות שחישבת בסעיף ג', לבין זו שמצאת בסעיף הקודם (קרי בין $\tilde{l}_1, l_1^*$. אין

צורך לבצע חישובים מפורשים בסעיף זה. נסה להיעזר בזהויות שלמדנו בכיתה)

שאלה 4

מר ירושלמי מתעניין בלימודי אנגלית. המכון אליו פנה הציע שתי תוכניות לימוד אלטרנטיביות: הראשונה כרוכה בשעות צפייה בקלטות וידאו (V), כאשר עלות שעת צפייה הנה p_v , ובכרישת חוברות לתרגול עצמי (a). עלות חוברת כזו הנה p_a . רמת האנגלית, X , אליה יגיע התלמיד כתלות ב- a, v הנה: $X(a, v) = a^{1/4} v^{1/4}$. התוכנית השניה כרוכה בשהות בחו"ל לשם תרגול בפועל של השפה. עלות השהות של יום בחו"ל (B) הנה P_B . לפי תוכנית זו, רמת האנגלית אליה יגיע התלמיד כתלות בימי השהייה בחו"ל הנה: $X(B) = \sqrt{2B}$. הנח כי דמי הרישום לתוכנית הראשונה הנם 100, ואלו לשנייה הנם 300. הנח כי אם התלמיד מחליט לא להשתתף בסופו של דבר בתוכנית, הוא מקבל את דמי הרישום חזרה. הנח בכל סעיפי השאלה כי מר ירושלמי מעוניין למזער את עלויותיו.

א. מצא את פונקצית העלות בתוכנית הראשונה $TC_1(p_a, p_v, X)$, ואת זו של התוכנית השנייה,

$$TC_2(p_B, X)$$

ב. מצא תנאי במונחי p_a, p_v, p_B עבורו לכל X , מר ירושלמי יבחר ללמוד אנגלית רק בתוכנית הראשונה.

ג. הנח כי $p_a = p_v = \frac{1}{2}, P_B = 1$. החל מאיזו רמה של אנגלית יחליט מר ירושלמי ללמוד בשתי

התוכניות גם יחד? כיצד יחלק את לימודיו בין התוכניות? (קרי כמה מתוך X בתוכנית הראשונה, וכמה בשנייה?)

ד. כדי "לעודד" אנשים להשתתף בתוכנית השנייה, החליטה הנהלת המכון לשנות את תקנון ההרשמה: במידה והתלמיד נרשם לתוכנית א', הוא מחויב לשלם גם את דמי ההרשמה לתוכנית ב' (בין אם הוא משתתף בה, בין אם לאו). אך אם הוא נרשם לתוכנית השנייה, אין הוא מחויב לשלם את דמי הרישום עבור התוכנית הראשונה. כיצד תשתנה כעת תשובתך לסעיף הקודם?

בהצלחה!!