

מבחן בתורת המשחקים ויישומיה מס' קורס: 05714173

ד"ר ניר דגן

משך הבחינה שעתיים וחצי

חומר עזר מותר בשימוש:

• מחשבון

במבחן יש שני חלקים. בחלק א יש 4 שאלות. יש לענות על 3 שאלות לפחות. בחלק ב יש 2 שאלות. יש לענות על שאלה 1 לפחות. מחלק א יילקחו בחשבון 3 השאלות עם הניקוד הגבוה. מחלק ב תילקח בחשבון השאלה עם הניקוד הגבוה. ביותר. משקל כל שאלה 25 נקודות. בהצלחה!

חלק א

יש לענות על לפחות 3 מתוך 4 השאלות 1-4.

שאלה 1

מצא את כל שיווי המשקל במשחקים הבאים, כולל באסטרטגיות טהורות ומעורבת.

1.3

4,3	5,2	2,0
2,0	7,2	1,3

1.2

10,12	0,1
0,0	6,5

1.1

0,1	5,2
2,5	3,2

שאלה 2

נתון המשחק הבא בצורה רחבה:

$$N = \{1,2\}$$

$$T = \{(A,C), (A,D,G), (A,D,H), (B,E), (B,F)\}$$

$$P(\emptyset) = 1$$

$$P(A) = 2$$

$$P(B) = 2$$

$$P(A,D) = 1$$

$$U_1(A,C) = 2$$

$$U_1(A,D,G) = 1$$

$$U_1(A,D,H) = 1$$

$$U_1(B,E) = 3$$

$$U_1(B,F) = 2$$

$$U_2(A,C) = 1$$

$$U_2(A,D,G) = 0$$

$$U_2(A,D,H) = 3$$

$$U_2(B,E) = 2$$

$$U_2(B,F) = 3$$

2.1 צייר את עץ המשחק.

2.2 מצא את כל שיווי המשקל התמימי"מים (תת-משחקי משוכלל).

שאלה 3

יש שתי פירמות. לפירמה 1 פונקציית תועלת: $(100 - x_1 - x_2)x_1$

לפירמה 2 פונקציית תועלת: $(80 - x_1 - x_2)x_2$

שימו לב שהפונקציות אינן סימטריות.

3.1 הנח ששתי הפירמות בוחרות את x_i בו-זמנית. מצאו את שיווי משקל נאש.

3.2 הניחו שהמשחק מתנהל בתורות. תחילה פירמה 1 בוחרת את x_1 ולאחר מכן פירמה 2 בוחרת את x_2 . מה תהיה האסטרטגיה של פירמה 2? ומה תהיה תוצאת שיווי המשקל התמי"ם?

שאלה 4

שתי אספניות בולים, פילה וטליה, מעונינות לרכוש בול נדיר המוצע למכירה במכרז. הערך של הבול עבור פילה הוא 20 ועבור טליה הוא 10. כל אספנית יכולה להגיש הצעת מחיר כתובה. האספנית שהציעה את הסכום הגבוה ביותר זוכה במכרז, ומשלמת את המחיר שהשניה הציעה. אם שתי האספניות הציעו אותו מחיר, מוטל מטבע בהסתברויות שוות כדי להחליט מי זוכה במכרז.

4.1 כתבו את פונקציות התועלת של השחקנים.

4.2 הצג שיווי משקל נאש בו פילה זוכה במכרז. הוכח כי הוא אכן שיווי משקל.

4.3 הצג שיווי משקל נאש בו טליה זוכה במכרז. הוכח כי הוא אכן שיווי משקל.

חלק ב

יש לענות על לפחות 1 מתוך 2 השאלות 5-6.

שאלה 5

בשוק יש שלושה משתתפים. לכולם יש אותה פונקציית תועלת: $u(X,Y)=X^{1/2}Y^{1/2}$ לשחקן 1 יש 2 יחידות X ואין Y. ולשני השחקנים האחרים יש יחידה אחת של Y לכל אחד, ואין להם X.

5.1 הצג את השוק כמשחק שיתופי. בפרט חשב את הפונקצייה V. רמז: מפני שלכולם אותה פונקציית תועלת קעורה והומוגנית מדרגה אחת, ניתן להקצות בפונקצייה אחת את סך הסלים התחיליים של חברי הקואליציה בחישוב הפונקצייה הקואליציונית.

5.2 חשב את הליבה של המשחק (אם היא ריקה יש להראות מדוע).

5.3 חשב את ערך שפלי של המשחק.

שאלה 6

במשחק רוב יש שישה משתתפים. לשחקן 1 יש משקל של 0.21, לשחקן 2 משקל 0.19 ולשחקנים האחרים יש משקל של 0.15 לכל אחד. כדי לקבל רוב יש צורך ביותר ממחצית המשקלות.

6.1 הצג את המשחק כמשחק שיתופי. בפרט כתוב את הפונקצייה V.

6.2 חשב את ערך שפלי של המשחק.