

אוניברסיטת בן גוריון באילת
16 באוגוסט 2010, בשעה 9:00
המחלקה לכלכלה וניהול
שנת הלימודים תש"ע, סמסטר ב, מועד א'
מבחן במבוא לתורת המשחקים

ד"ר ניר דגן
משך הבחינה שעתיים וחצי
חומר עזר מותר בשימוש:

• מחשבון

במבחן יש שני חלקים. בחלק א יש 4 שאלות. יש לענות על 3 שאלות לפחות. בחלק ב יש 2 שאלות. יש לענות על שאלה 1 לפחות. מחלק א יילקחו בחשבון 3 השאלות עם הניקוד הגבוה. מחלק ב תילקח בחשבון השאלה עם הניקוד הגבוה. ביותר. משקל כל שאלה 25 נקודות. בהצלחה!

חלק א

יש לענות על לפחות 3 מתוך 4 השאלות 1-4.

שאלה 1

מצא את כל שיווי המשקל במשחקים הבאים, כולל באסטרטגיות טהורות ומעורבת.

1.3

4,3	5,1	2,0
2,0	7,1	1,3

1.2

10,12	2,2
0,0	6,5

1.1

0,1	5,2
2,5	3,2

שאלה 2

נתון המשחק הבא בצורה רחבה:

$$N = \{1,2\}$$

$$T = \{(A), (B,C,E), (B,C,F), (B,D,G), (B,D,H)\}$$

$$P(\emptyset) = 1$$

$$P(B) = 2$$

$$P(B,C) = 1$$

$$P(B,D) = 1$$

$$U_1(A) = 3$$

$$U_1(B,C,E) = 1$$

$$U_1(B,C,F) = 2$$

$$U_1(B,D,G) = 2$$

$$U_1(B,D,H) = 4$$

$$U_2(A) = 0$$

$$U_2(B,C,E) = 4$$

$$U_2(B,C,F) = 2$$

$$U_2(B,D,G) = 3$$

$$U_2(B,D,H) = 2$$

2.1 צייר את עץ המשחק.

2.2 מצא את כל שיווי המשקל התמימיים (תת-משחקי משוכלל).

שאלה 3

יש שתי פירמות. לפירמה 1 פונקציית תועלת: $(130-x_1-x_2)x_1-10x_1$

לפירמה 2 פונקציית תועלת: $(130-x_1-x_2)x_2-20x_2$

שימו לב שהפונקציות אינן סימטריות.

3.1 הנח ששתי הפירמות בוחרות את x_1 בו-זמנית. מצאו את שיווי משקל נאש.

3.2 הניחו שהמשחק מתנהל בתורות. תחילה פירמה 1 בוחרת את x_1 ולאחר מכן פירמה 2 בוחרת את x_2 . מה תהיה האסטרטגיה של פירמה 2? ומה תהיה תוצאת שיווי המשקל התמי"ם?

שאלה 4

במכרז יש שלושה משתתפים. הזוכה הוא מי שהציע את ההצעה הגבוהה יותר והוא משלם את המחיר השני שהוצע. החפץ הנמכר שווה לשחקן 1 $v_1=100$ לשחקן 2 $v_2=50$ ולשחקן 3 $v_3=10$.

4.1 בהנחה שהשחקנים בוחרים את הצעתם בו-זמנית. מי מפרופילי ההצעות הבאות הוא שיווי משקל:

א. $b_1=60, b_2=55, b_3=10$

ב. $b_1=8, b_2=7, b_3=120$

ג. $b_1=60, b_2=80, b_3=10$

4.2 עתה הנח שהמשחק מתנהל בתורות. תחילה שחקן 1 מציע הצעה. לאחר מכן שחקן 2, שראה את ההצעה של שחקן 1 מציע הצעה, ולבסוף שחקן 3 מציע הצעה. אילו מפרופילי ההצעות המוזכרים בסעיף הקודם הם תוצאות אפשריות של שיווי משקל תמי"ם. נמק תשובתך.

חלק ב

יש לענות על לפחות 1 מתוך 2 השאלות 5-6.

שאלה 5

בשוק יש שלושה משתתפים. לכולם יש אותה פונקציית ייצור: $f(K,L)=K^{1/2}L^{1/2}$ לשחקן 1 יש 2 יחידות הון ואין עבודה. ולשני השחקנים האחרים יש 1 יחידת עבודה לכל אחד, ואין להם הון.

5.1 הצג את השוק כמשחק שיתופי. בפרט חשב את הפונקצייה V . רמז: מפני שלכולם אותה פונקציית ייצור בעלת תשואה קבועה לגודל, ניתן להקצות בפונקציית ייצור אחת את סך הסלים התחיליים של חברי הקואליציה.

5.2 חשב את הליבה של המשחק (אם היא ריקה יש להראות מדוע).

5.3 חשב את ערך שפלי של המשחק.

שאלה 6

במשחק רוב יש ארבעה משתתפים. לשחקן 1 יש משקל של 0.4, ולשחקנים האחרים יש משקל של 0.2 לכל אחד. כדי לקבל רוב יש צורך ביותר ממחצית המשקלות.

6.1 הצג את המשחק כמשחק שיתופי. בפרט כתוב את הפונקצייה V .

6.2 חשב את ערך שפלי של המשחק.

6.3 איך היתה משתנה התשובה לסעיף הקודם אילו השקל של שחקן 1 היה 0.28 ולשאר השחקנים משקל של 0.24 כל אחד?