

המכללה האקדמית תל-חי  
14 במאי 2010, בשעה 8:30  
המחלקה לכלכלה וניהול  
שנת הלימודים תש"ע, סמסטר ב, מועד א', מסלול לאנשים עובדים

## מבחן בתורת המשחקים

ד"ר ניר דגן  
משך הבחינה שעתיים  
חומר עזר מותר בשימוש:

- מחשבון
- שני דפי נוסחאות בגודל A4 כתובים\מודפסים משני הצדדים.
- מחברת חשבון

במבחן יש שני חלקים. בחלק א יש 4 שאלות. יש לענות על 3 שאלות לפחות. בחלק ב יש 2 שאלות. יש לענות על שאלה 1 לפחות. מחלק א יילקחו בחשבון 3 השאלות עם הניקוד הגבוה. מחלק ב תילקח בחשבון השאלה עם הניקוד הגבוה. ביותר. משקל כל שאלה 25 נקודות. בהצלחה!

### חלק א

יש לענות על לפחות 3 מתוך 4 השאלות 1-4.

#### שאלה 1

מצא את כל שיווי המשקל במשחקים הבאים, כולל באסטרטגיות טהורות ומעורבת.

##### 1.1

1,1	4,0
0,4	3,3

##### 1.2

4,3	1,1
0,0	2,6

##### 1.3

10,9	0,0	12,8
1,3	4,4	5,2

#### שאלה 2

נתון המשחק הבא בצורה רחבה:

$$N=\{1,2\}$$

$$T = \{(A), (B,C), (B,D,E), (B,D,F)\}$$

$$P(\emptyset) = 1$$

$$P(B) = 2$$

$$P(B,D) = 1$$

$$U_1(A) = 2$$

$$U_1(B,C) = 2$$

$$U_1(B,D,E) = 3$$

$$U_1(B,D,F) = 3$$

$$U_2(A) = 4$$

$$U_2(B,C) = 2$$

$$U_2(B,D,E) = 0$$

$$U_2(B,D,F) = 3$$

**2.1** צייר את עץ המשחק.

**2.2** מצא את כל שיווי המשקל התמימיים (תת-משחקי משוכלל).

### שאלה 3

יש שתי פירמות. לפירמה 1 פונקציית תועלת:

$$(130 - x_1 - x_2)x_1 - 10x_1$$

לפירמה 2 פונקציית תועלת:

$$(130 - x_1 - x_2)x_2 - 10x_2$$

**3.1** הנח ששתי הפירמות בוחרות את  $x_i$  בו-זמנית. מצאו את שיווי משקל נאש.

**3.2** הניחו שהמשחק מתנהל בתורות. תחילה פירמה 1 בוחרת את  $x_1$  ולאחר מכן פירמה 2 בוחרת את  $x_2$ . מה תהיה האסטרטגיה של פירמה 2? ומה תהיה תוצאת שיווי המשקל התמימיים?

### שאלה 4

במכרז יש שני משתתפים. כל משתתף נותן הצעה בשקלים שלמים. הזוכה הוא מי שהציע את ההצעה הגבוהה יותר והוא משלם את המחיר שהציע. החפץ הנמכר שווה לשחקן 1  $v_1 = 100\frac{1}{2}$  ואילו לשחקן 2  $v_2 = 49\frac{1}{2}$ .

**4.1** בהנחה ששני השחקנים בוחרים את הצעתם בו-זמנית. מי מזוגות ההצעות הבאות הוא שיווי משקל:

$$b_1 = 100, b_2 = 80$$

$$b_1 = 68, b_2 = 67$$

$$b_1 = 50, b_2 = 20$$

**4.2** עתה הנח שהמשחק מתנהל בתורות. תחילה שחקן 1 מציע הצעה. לאחר מכן שחקן 2, שראה את ההצעה של שחקן 1 מציע הצעה. אילו מזוגות ההצעות המוזכרות בסעיף הקודם הם תוצאות אפשריות של שיווי משקל תמימיים. נמק תשובתך.

## חלק ב

יש לענות על לפחות 1 מתוך 2 השאלות 5-6.

### שאלה 5

בשוק יש שלושה משתתפים. לכולם יש אותה פונקציית ייצור:  $f(K,L)=K^{1/2}L^{1/2}$  לשחקן 1 יש 2 יחידות הון ואין עבודה. ולשני השחקנים האחרים יש 1 יחידת עבודה אחת לכל אחד, ואין להם הון.

**5.1** הצג את השוק כמשחק שיתופי. בפרט חשב את הפונקצייה  $V$ . רמז: מפני שלכולם אותה פונקציית ייצור בעלת תשואה קבועה לגודל, ניתן להקצות בפונקציית ייצור אחת את סך הסלים התחיליים של חברי הקואליציה.

**5.2** חשב את הליבה של המשחק (אם היא ריקה יש להראות מדוע).

**5.3** חשב את ערך שפלי של המשחק.

### שאלה 6

במשחק רוב יש ארבעה משתתפים. לשחקנים 1 ו-2 יש משקל של 0.3 לכל אחד, ולשחקנים 3 ו-4 יש משקל של 0.2 לכל אחד. כדי לקבל רוב יש צורך ביותר ממחצית המשקלות.

**6.1** הצג את המשחק כמשחק שיתופי. בפרט כתוב את הפונקצייה  $V$ .

**6.2** חשב את הליבה של המשחק (אם היא ריקה יש להראות מדוע).

**6.3** חשב את ערך שפלי של המשחק.