דף נוסחאות באקונומטריקה

פרופ' גיל אפשטיין

רגרסיה עם משתנה מסביר אחד:

המודל באכלוסיה - $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$, u_i מקיים את כל ההנחות הקלאסיות

האומדים רבועים פחותים למודל המבוסס על מדגם בגודל n : $Y_i = a + bX_i + e_i$

כאשר: $a = \overline{Y} - b\overline{X}$, ו- $b = \frac{\sum (X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{\sum (X_i - \overline{X})^2} = \frac{\sum X_i Y_i - n\overline{X}\overline{Y}}{\sum X_i^2 - n(\overline{X})^2}$

מקדם ההסבר: $R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (Y_i - \overline{Y})^2}$

ברגרסיה עם משתנה מסביר אחד ועם חותך: $R^2 = r^2 = \frac{\left(\sum (X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})\right)^2}{\sum (X_i - \overline{X})^2 \sum (Y_i - \overline{Y})^2}$

אומד חסר הטיה לשונות של u : $S_u^2 = S_e^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2}$

אומדים חסרי הטיה לשונויות של המקדמים: $S_a^2 = \frac{S_e^2 \sum X_i^2}{n\sum (X_i - \overline{X})^2}$ ו- $S_b^2 = \frac{S_e^2}{\sum (X_i - \overline{X})^2}$

דרגות החופש : $n-2$

סטטיסטי t לבדיקת השערות שמקדם הרגרסיה שווה ל- β_0 תחת H_0 : $\frac{b - \beta_0}{S_b} \sim t_{(n-2)}$;

סטטיסטי t לבדיקת השערות שהחותך ברגרסיה שווה ל- α_0 תחת H_0 : $\frac{a - \alpha_0}{S_a} \sim t_{(n-2)}$.

סטטיסטי המבחן, F, לבדיקת ההשערה שהמודל מובהק תחת H_0 : $\frac{R^2}{(1 - R^2)/(n-2)} \sim F_{(1,n-2)}$

ברגרסיה עם משתנה מסביר אחד, מבחן t ומבחן F זהים: $\frac{R^2}{(1 - R^2)/(n-2)} = \left(\frac{b}{S_b}\right)^2$

רווח סמך לתחזית ממוצעת וספציפית : $\left.\hat{Y}\right|_{X=X_0} \pm t_{(n-2,1-\alpha/2)} S_e \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \overline{X})^2}{\sum (X_i - \overline{X})^2}\right)}$ ו-

$$\left.\hat{Y}\right|_{X=X_0} \pm t_{(n-2,1-\alpha/2)} S_e \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \overline{X})^2}{\sum (X_i - \overline{X})^2}\right)}$$

רגרסיה מרובת משתנים:

המודל באכלוסיה - $Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_k X_{ki} + u_i$, u_i מקיים את כל ההנחות הקלאסיות

האומד למודל המבוסס על מדגם בגודל n : $Y_i = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \ldots + b_k X_{ki} + e_i$

דרגות החופש: $n - k - 1$

מקדם ההסבר המרובה: $R^2 = 1 - \dfrac{\sum e_i^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$

מקדם ההסבר המתוקנן : $\bar{R}^2 = 1 - \dfrac{\sum e_i^2 / (n - k - 1)}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / (n - 1)} = 1 - (1 - R^2)\dfrac{n - 1}{n - k - 1}$

אומד חסר הטיה לשונות של u : $S_u^2 = S_e^2 = \dfrac{\sum e_i^2}{n - k - 1}$

סטטיסטי t לבדיקת השערות שמקדם הרגרסיה שווה ל- β_0 , תחת H_0 : $\dfrac{b - \beta_0}{S_b} \sim t_{(n-k-1)}$;

סטטיסטי t לבדיקת השערות שהחותך ברגרסיה שווה ל- α_0, תחת H_0 : $\dfrac{a - \alpha_0}{S_a} \sim t_{(n-k-1)}$.

סטטיסטי המבחן, F, לבדיקת ההשערה שהמודל מובהק, תחת H_0 :

$$\frac{R^2 / k}{(1 - R^2)/(n - k - 1)} \sim F_{(k, n-k-1)}$$

מבחן Wald - מודל מוגבל ולא מוגבל

כאשר לשתי הרגרסיות אותו משתנה מוסבר, תחת H_0 :

$$\frac{(R^2_{\text{למ}} - R^2_{\text{מ}})/p}{(1 - R^2_{\text{למ}})/(n - k - 1)} \sim F_{(p, n-k-1)}$$

כאשר המשתנה המוסבר לא זהה בין הרגרסיות, תחת H_0 :

$$\frac{\left(\sum e_{\text{מ}}^2 - \sum e^2_{\text{למ}}\right)/p}{\sum e^2_{\text{למ}} / (n - k - 1)} \sim F_{(p, n-k-1)}$$