

תרגיל 2 - תורת המשחקים

ד"ר ניר דגן

שאלה 1 - מלחמת התשה

יש פרס, שלכל משתתף יש ערך פרטי עבורו (כמו במכרזים שעשינו בכיתה) שני שחקנים בוחרים בנפרד אורך זמן שבו הם מתעקשים לקבל את הפרס. מי שבחר זמן ארוך יותר זוכה בפרס ומשלם את עלות הזמן שהוא חיכה, דהיינו את אורך הזמן שהמשתתף השני בחר. אם שני השחקנים בחרו אותו זמן התעקשות, הפרס מוגרל ביניהם. פורמלית:

• קבוצת השחקנים: $N = \{1, 2\}$

• קבוצות האסטרטגיות: $A_i = \{t_i | t_i \geq 0\}$

• פונקציות התועלת:

$$U_1(t_1, t_2) = \begin{cases} -t_1 & , t_1 < t_2 \\ 5 - t_2 & , t_1 = t_2 \\ 10 - t_2 & , t_1 > t_2 \end{cases}$$

$$U_2(t_1, t_2) = \begin{cases} 4 - t_1 & , t_1 < t_2 \\ 2 - t_1 & , t_1 = t_2 \\ -t_2 & , t_1 > t_2 \end{cases}$$

א. מצא את פונקציות המענה הטוב ביותר של השחקנים.

ב. מצא את שיווי המשקל של המשחק.

שאלה 2 - מחצית הממוצע

יש שני שחקנים המשחקים את המשחק הבא: כל שחקן בוחר (בנפרד) מספר ממשי בין 0 ל-100. מי שבחר מספר שהוא שווה למחצית ממוצע המספרים זוכה באלף שקל. אם שני השחקנים זוכים הם מתחלקים בפרס. שחקן שלא זכה לא מקבל כלום. שים לב שיש מקרים שאף שחקן לא זוכה. הניחו ששני השחקנים מזהים את הכסף שהם מקבלים עם תועלת.

א. כתוב בצורה פורמלית את קבוצות האסטרטגיות של השחקנים ואת פונקציות התועלת.

ב. מצא את פונקציית המענה הטוב ביותר של כל שחקן

ג. מצא את שיווי המשקל במשחק.

דואופול של קורנו

המחיר נקבע ע"י $p = 100 - (x_1 + x_2)$. עלות הייצור של פירמה 1 היא $C_1(x_1) = 10x_1$. עלות הייצור של פירמה 2 היא:

$$C_2(x_2) = \begin{cases} 10x_2 + K & , x_2 > 0 \\ 0 & , x_2 = 0 \end{cases}$$

כאשר K קבוע חיובי

א. כתוב את הרווח של פירמה 1 וחשב את המענה הטוב ביותר שלה (רמז: את זה כבר עשינו בכיתה)

ב. כתוב את הרווח של פירמה 2 וחשב את המענה הטוב ביותר שלה (רמז: זה מאוד דומה למה שעשינו בכיתה, אבל יש מצבים שבהם עדיף לייצר אפס מאשר את מה שחישבנו בכיתה)

ג. חשבו את שיווי המשקל כאשר $K = 0$ (רמז: יש רק אחד, זה שמצאנו בכיתה)

ד. מהו הערך המקסימלי של K שבו שיווי המשקל שמצאתם לעיל הוא עדיין שיווי משקל? האם יש במקרה זה

שיווי משקל נוסף? אם כן, מהו?

ה. מה יהיה שיווי המשקל אם K גדול מהערך שמצאתם לעיל?