

תרגיל 1 בתורת המשחקים

ד"ר ניר דגן

1. מצא את שיווי המשקל נאש (לפעמים יש יותר מאחד) במשחקים הבאים:

10,9	1,8
8,1	6,7

9,8	1,12
10,1	0,0

2. לראובן ושמעון יש עשר מטבעות זהב בבעלותם המשותפת. עליהם לחלק אותן ביניהם לפי הכללים הבאים: כל שחקן רושם על פתק מספר שלם בין אחת לעשר המייצג את מטבעות שהוא רוצה לעצמו. אם סכום שני המספרים קטן או שווה לעשר כל אחד מקבל את מה שביקש, ושאר הכסף נתרם לצדקה. אם הסכום עולה על עשר, והם ביקשו מספרים שונים, זה שביקש פחות מקבל את מה שביקש האחר, וזה שביקש יותר מקבל את מה שנשאר. אם הסכום עולה על עשר אבל שניהם ביקשו אותו סכום, כל אחד מקבל חמישה מטבעות. לשני השחקנים יש תועלת רק ממספר המטבעות שהם עצמם מקבלים. אין להם תועלת מצדקה או ממה שמקבל השותף.

2.1 תארו את המשחק באופן פורמלי. כלומר ציינו מהי קבוצת הפעולות של כל שחקן ומהי פונקציית התועלת.

2.2 מצאו את שיווי המשקל במשחק. מומלץ להשתמש בטבלה המציגה את פונקציות המענה הטוב ביותר.

3. יש שתי פירמות. פונקציות העלות הן:

$$C_1(x_1) = 20x_1$$

$$C_2(x_2) = cx_2$$

כאשר x_i הכמות המיוצרת ע"י פירמה i , $c > 0$ קבוע.

המחיר בשוק p הוא $p(x_1, x_2) = 100 - (x_1 + x_2)$

פונקציית התועלת של כל פירמה היא: $p(x_1, x_2)x_i - C_i(x_i)$

כל פירמה בוחרת את הכמות שהיא מייצרת.

3.1 חשב את שיווי משקל נאש של המשחק עבור $0 \leq c < 60$.

3.2 חשב את שיווי משקל נאש של המשחק עבור $60 \leq c$.

4. יש שני שחקנים המשחקים את המשחק הבא: כל שחקן בוחר (בנפרד) מספר ממשי בין 0

ל-100. מי שבחר מספר שהוא שווה למחצית ממוצע המספרים זוכה באלף שקל. אם שני

השחקנים זוכים הם מתחלקים בפרס. שחקן שלא זכה לא מקבל כלום. שים לב שיש מקרים

שאף שחקן לא זוכה. הניחו ששני השחקנים מזיהים את הכסף שהם מקבלים עם תועלת.

א. כתוב בצורה פורמלית את קבוצות האסטרטגיות של השחקנים ואת פונקציות התועלת.

ב. מצא את פונקציית המענה הטוב ביותר של כל שחקן

ג. מצא את שיווי המשקל במשחק.