דף נוסחאות מבוא לאקונומטריקה

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)\left(Y_i - \overline{Y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2},\ \hat{\beta}_1 = \overline{Y} - \hat{\beta}_2 \overline{X}$$

$$Var\left(\hat{\beta}_2\right) = \sigma_{\hat{\beta}_2}^2 = \frac{\sigma_u^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2},\ Var\left(\hat{\beta}_1\right) = \sigma_{\hat{\beta}_1}^2 = \frac{\sigma_u^2 \sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}$$

תחזית ספציפית ותחזית לתוחלת

$$\hat{Y}\Big|_{X=X_0} = E(\hat{Y})\Big|_{X=X_0} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_0$$

$$Var\left(\hat{Y}\Big|_{X=X_0}\right) = \sigma_u^2\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(X_0 - \overline{X}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}\right),\ Var\left(E(\hat{Y})\Big|_{X=X_0}\right) = \sigma_u^2\left(\frac{1}{n} + \frac{\left(X_0 - \overline{X}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}\right)$$

מקדם ההסבר R^2 ומקדם המתאם: r_{xy}

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}\hat{u}_i^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2}$$

יהי $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i$. מתקבל:

$$\overline{\hat{Y}} = \overline{Y},\ \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\hat{Y}_i - \overline{Y}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n}\hat{u}_i^2$$

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)\left(Y_i - \overline{Y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2}},\ R^2 = r_{xy}^2$$

אומד לשונות של u_i

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\hat{u}_i^2}{n-2}$$

רווחי סמך ובדיקת השערות

רווח סמך לפרמטר q

$$\hat{q} - c\sigma \le q \le \hat{q} + c\sigma$$

כאשר:

- $\hat{q}$ הוא האומד ל-q.
- σ היא סטיית התקן או האומד לסטיית התקן של q.
- אם סטיית התקן ידועה, c הוא הערך הקריטי מטבלת ההתפלגות הנורמלית.
- אם סטיית התקן איננה ידועה, אלא נאמדת, c הוא הערך הקריטי מטבלת התפלגות t.

בדיקת השערות ברגרסיה רבת משתנים: מבחן wald

p מספר האילוצים בהשערת האפס.

k מספר הפרמטרים במודל הלא-מוגבל כולל חותך.

$k-1$ מספר המשתנים המסבירים במודל הלא-מוגבל (לא כולל חותך).

$$F = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} e_i^2(\text{מ}) - \sum_{i=1}^{n} e_i^2(\text{לם})\right)/p}{\sum_{i=1}^{n} e_i^2(\text{לם})/(n-k)} \sim F(p,\, n-k)$$

כאשר המשתנה המוסבר זהה בשני המודלים המוגבל והלא מוגבל, ניתן לקבל נוסחא פשוטה יותר:

$$F = \frac{\left(R^2(\text{לם}) - R^2(\text{מ})\right)/p}{\left(1-R^2(\text{לם})\right)/(n-k)} \sim F(p,\, n-k)$$

כאשר בודקים את ההשערה:

$$H_0 : \beta_2 = \ldots = \beta_k = 0$$

מקבלים נוסחא פשוטה עוד יותר:

$$F = \frac{R^2/(k-1)}{\left(1-R^2\right)/(n-k)} \sim F(k,\, n-k)$$